

國立臺灣科技大學101學年度碩士班招生試題

系所組別：營建工程系碩士班丙組

科 目：工程數學

(總分為100分)

1.

- (1) Please verify that "the method of variation of parameters" also applies to Euler's Equation. (15%)

$$y'' + \frac{1}{x}Ay' + \frac{1}{x^2}By = f(x)$$

- (2) Use the result from (1) and solve the following differential equation. (10%)

$$x^2y'' - 3xy' + 3y = 2x^3 + x^2 + 1$$

2. Matrix $[A] = \begin{bmatrix} a & 15 & -2 \\ 15 & b & d \\ -2 & d & c \end{bmatrix}$ has eigenvectors E_1, E_2, E_3

$$[E_1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ x_1 \end{bmatrix}, [E_2] = \begin{bmatrix} x_2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, [E_3] = \begin{bmatrix} 4 \\ x_3 \\ -1 \end{bmatrix}, \text{ is it possible to find } x_1, x_2 \text{ and } x_3?$$

Please explain. (15%)

3. Please use the definition of Laplace Transform to find

- (1) $\mathcal{L}[\sin at]$ (5%)
 (2) $\mathcal{L}[t^2 + 2t^2e^{-3t}]$ (5%)



國立臺灣科技大學101學年度碩士班招生試題

系所組別：營建工程系碩士班丙組

科目：工程數學

(總分為100分)

4. 已知一微分方程式為

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + a \frac{dy(x)}{dx} + y(x) = \sin(bx), \quad x \geq 0$$

其中 $-2 < a < 2$; $b > 0$; 且 $y(0) = 0$, $\frac{dy(0)}{dx} = 0$

(1) 若 $a = 1$ 且 $b = 2$, 求此微分方程式之全解。 (15%)

(2) 若需根據 a 及 b 之所有可能數值, 討論如何求解此微分方程式, 請問需考慮哪幾種情況? (5%)

5. (1) 求 $\left| \sin\left(\frac{x}{2}\right) \right|$ 之傅利葉級數展開式(Fourier Series Representation)。 (15%)

(2) 根據(1)之結果求無窮級數 $\frac{-1}{4 \times 1^2 - 1} + \frac{1}{4 \times 2^2 - 1} + \frac{-1}{4 \times 3^2 - 1} + \frac{1}{4 \times 4^2 - 1} + \dots$ 之值。 (5%)

6. 某一質點在空間中移動, 其位置向量為 $\vec{S}(t) = (t^3 - t)\vec{i} + (2t^2 + t)\vec{j} + (3t)\vec{k}$, 其中 $t (\geq 0)$ 是時間, 求此質點在 $t = 1$ 沿切線方向之加速度向量及沿法線方向之加速度向量。 (10%)

