

國立臺灣科技大學103學年度碩士班招生試題

系所組別：營建工程系碩士班丙組

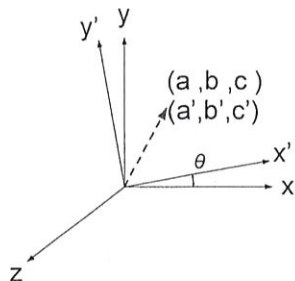
科目：工程數學

(總分為100分)

1. (1) 請用降階法解下列微分方程式，已知 $y_1 = x \sin(\ln x)$. (10%)
 (2) 如何判定利用降階法得到的第二個解與第一個解線性獨立？請解釋. (10%)

$$x^2 y'' - xy' + 2y = 0$$

2. (1) 一向量 v 在 x - y - z 座標系中的三個分量分別為 $v = (a, b, c)$ 而在 x' - y' - z' 座標系中的三個分量為 $v = (a', b', c')$ ，其中 x' - y' - z' 座標系是由 x - y - z 座標系沿著 z 軸逆時針旋轉 θ 角。請求得轉換矩陣 $[A]$ 使得 $[v'] = [A][v]$. (10%)
 (2) 如果 $\theta = \pi/3$, $(a', b', c') = (3, 4, 5)$ ，請求 (a, b, c) 值？(10%)



3. $A = \begin{bmatrix} 6 & -10 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ ，請求 A^{10} ? (10%)

4. 已知下列方程式為正合
 $2xy^3 - 3y - (3x + \alpha x^2 y^2 - 2\alpha y)y' = 0$
 a) 試求 α 之值. (5%)
 b) 求此正合方程之通解. (10%)



國立臺灣科技大學103學年度碩士班招生試題

系所組別：營建工程系碩士班丙組

科目：工程數學

(總分為100分)

5. 試以 Laplace 之定義求解以下各題

a). $f(t) = 2t^2 + \int_0^t f(t-\tau)e^{-\tau} d\tau$ (10%)

b). $y'' + 4y = \delta(t); y(0) = 0, y'(0) = 0$ (10%)

6. 已知一 2D 向量場為 $\mathbf{F}(x, y) = (y - x^2 e^x)\mathbf{i} + (\cos(2y^2) - x)\mathbf{j}$ 求 $\mathbf{F}(x, y)$ 沿曲線 C 所作的功 $W = \oint_C \mathbf{F}(x, y) \cdot d\mathbf{R}$ 其中 C 為 $y = x^2$ 與 $y = 1$ 所圍區域之邊界並呈逆時鐘走勢. (15%)