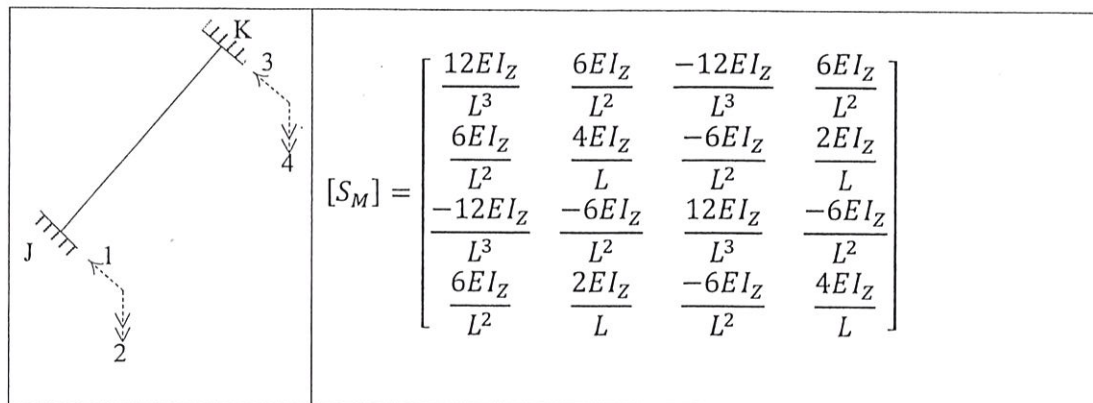


國立臺灣科技大學 104 學年度碩士班招生試題

系所組別：營建工程系碩士班丙組
 科目：工程數學

(總分為 100 分)

- 矩陣 $[A]$ 是一大小為 $n \times n$ 的矩陣，
 - 試說明什麼情況下矩陣 $[A]$ 可以經由 $[P]^{-1}[A][P] = [B]$ ，使得矩陣 $[B]$ 是一對角線矩陣(diagonal matrix)，並說明矩陣 $[P]$ 與 $[B]$ 的內容。(10%)
 - 請解釋為什麼矩陣 $[P]$ 可將矩陣 $[A]$ 對角線化。(10%)
- 二維梁元素的桿件勁度矩陣如下所示， L 表示桿件長度、 E 表示材料係數、 I_z 代表斷面慣性矩，矩陣內行列的順序對應圖中的自由度。



若有一個線性聯立方程式 $[F]_{4 \times 1} = [S_M]_{4 \times 4}[D]_{4 \times 1}$ ，其中 $[F]$ 表示力量、 $[D]$ 表示位移，已知 $[F] = [P \quad PL \quad -P \quad 0]^T$ ，請分析 $[D]$ ，須詳述解題過程與解釋結果才予以計分。(15%)

- 求微分方程 $y'' + y = x \cos x + \sec x$ 之通解(general solution)。(15%)
- 已知一階微分方程 $y'(x) + y(x) = y^4$ 具有 $u(x, y) = e^{ax} y^b$ 之積分因子(integrating factor)，
 - 試求 a 與 b 之值。(10%)
 - 試求此微分方程之解。(10%)



國立臺灣科技大學 104 學年度碩士班招生試題

系所組別：營建工程系碩士班丙組
 科目：工程數學

(總分為 100 分)

5. (a) 試證明 $L[H(t-a)f(t-a)] = e^{-as}F(s)$ ，其中 $H(t) = \begin{cases} 1 & ;t \geq 0 \\ 0 & ;t < 0 \end{cases}$ ，

$L[\cdot]$ 為拉氏轉換(Laplace Transform)符號。(10%)

- (b) 試解 $L[t^2 H(t-2)]$ 。(5%)

6. 已知一曲線之位置向量為 $\vec{F}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ ，則此曲線之曲率(curvature)

可定義為 $\kappa = \left\| \frac{d\vec{T}}{ds} \right\|$ ，亦即單位距離之單位切線相向量 \vec{T} (unit tangent vector) 改變量。

若一 3 維曲線投影於 x-y 平面及 z-x 如圖所示，試以 $x(t) = t$ 作為參數，求此曲線

之曲率 $k(t)$ 。(15%)

