

## 國立臺灣科技大學 109 學年度碩士班招生試題

系所組別：營建工程系碩士班丙組

科目：工程數學

(總分為 100 分)

1. 試求一階微分方程

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x-y-9}{x+y+1} \text{ 之通解。 (15\%)}$$

2. 試求
- $x^2y'' - 4xy' + 4y = x^4 + x^2$
- 之通解。 (15%)

3. 已知一矩陣為

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- (a) 求  $A$  之所有特徵值(eigenvalue)及特徵向量(eigenvector)。 (15%)
- (b) 矩陣  $A$  是否可以對角化(diagonalization)? 請陳述理由。 (5%)
4. 若  $\ddot{y}(t) - 4\dot{y}(t) + 13y(t) = 5\delta(t-4)$ ,  $y(0) = 0$ ,  $\dot{y}(0) = 0$ , 其中  $\delta(\cdot)$  為 Dirac Delta Function, 試以拉普拉斯轉換(Laplace Transform)求解  $y(t)$ 。 (15%)
5. 若  $f(x) = 4x$ ,  $-\pi \leq x < \pi$  且  $f(x) = f(x + 2\pi)$ ,
- (a) 求  $f(x)$  之傅利葉級數展開式 (Fourier Series Representation), 並討論其收斂性。 (15%)
- (b) 根據(a)之結果求  $\int_{-\pi}^x f(\alpha) d\alpha$  (其中  $-\pi \leq x < \pi$ ) 之傅利葉級數展開式。 (5%)
6. 某一質點在空間中移動, 其位置向量(單位為 m)為  $\overline{r}(t) = \frac{t^3}{3}\vec{i} + (t-2)\vec{j} + \frac{t^2}{\sqrt{2}}\vec{k}$ , 其中  $t(\text{sec})$  是時間, 求此質點
- (a) 在  $t = 2\text{sec}$  到  $t = 5\text{sec}$  間之平均移動速率; (5%)
- (b) 在  $t = 4\text{sec}$  時之切線加速度向量。 (10%)

