

國立臺灣科技大學
113學年度碩士班招生
試題

系所組別：0130工業管理系碩士班丙組

科 目：統計學

<<501302>>



國立臺灣科技大學 113 學年度碩士班招生試題

系所組別：工業管理系碩士班丙組

科目：統計學

(總分為 100 分；所有試題務必於答案卷內頁依序作答，否則不予計分)

1. (25%)一個連續隨機變數 X 若具有以下的機率密度函數(Probability Density Function, PDF)我們稱為 X 服從常態分配，記為 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。請根據常態分配的性質回答以下問題：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right]^2}$$

- (1) (3%)請問常態分配的偏度係數(skewness)為何？(2%)為什麼？
 - (2) (10%)若有一隨機變數 Y 是常態分配變數 X_1, X_2, \dots, X_n 的線性組合，亦即 $Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n$ ，請以變數 Y 機率分配的特性(亦即變數 Y 會服從甚麼樣的分配與該分配的參數特性)說明何謂常態分配的加成性(Reproductive Property)？
 - (3) (5%)若有四個隨機變數分別服從常態分配， $X_1 \sim N(4,3)$ 、 $X_2 \sim N(4,4)$ 、 $X_3 \sim N(2,4)$ 和 $X_4 \sim N(3,2)$ ，而 $Y = X_1 + 2X_2 + X_3 + X_4$ ，則 $Y \geq 12$ 的機率為多少？
 - (4) (5%)若從 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的母體中抽出 n 個隨機樣本 X_1, X_2, \dots, X_n ，然後取平均值 $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ ；當我們重複抽樣多次，會發現每一次的 \bar{X} 值都不一樣，並且這些 \bar{X} 值也會服從常態分配 $\bar{X} \sim N(\mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2)$ ，我們稱這個分配為 \bar{X} 的抽樣分配。請問 \bar{X} 的抽樣分配平均值與變異數為何？
2. (25%)點估計是指由母體抽取一組樣本數為 n 的隨機樣本 X_1, X_2, \dots, X_n ，並找出一樣本統計量 $\hat{\theta}$ 是樣本 X_1, X_2, \dots, X_n 的函數，並利用 $\hat{\theta}$ 來估計某一未知的母體參數 θ ，例如母體平均數 μ_X 或母體變異數 σ_X^2 。請依據以上說明回答下列問題：
- (1) (5%)請解釋何謂不偏估計式(unbiased estimator)？亦即，在什麼樣的條件下我們可以說 $\hat{\theta}$ 是 θ 的不偏估計式。
 - (2) (10%)請為隨機樣本 X_1, X_2, \dots, X_n 的母體平均數 μ_X 找出一個不偏估計式並證明之。
 - (3) (10%)請為隨機樣本 X_1, X_2, \dots, X_n 的母體變異數 σ_X^2 找出一個不偏估計式並證明之。(提示：可利用 $\sigma_X^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$ ； $E(X) = \mu_X$)

(下一頁還有題目)



國立臺灣科技大學 113 學年度碩士班招生試題

系所組別：工業管理系碩士班丙組

科目：統計學

(總分為 100 分；所有試題務必於答案卷內頁依序作答，否則不予計分)

3. (25%)一位工業安全技師被要求決定是否可以接收一批用來建築斜張橋(一種由一座或多座橋塔與鋼纜組成來拉起橋面的橋梁)的鋼纜。該批鋼纜的規格書指明允收規格為「抗拉強度至少 1600(MPa, 為抗拉強度單位)」, 但隨機抽樣 25 條的結果顯示該批鋼纜的平均抗拉強度只有 1580(MPa)。依據過去的經驗, 鋼纜的抗拉強度標準差約為 30(MPa)。請根據題目資訊回答以下問題:

- (1) (10%)該名工業安全技師想要利用假設檢定來決定是否可以接收該批鋼纜, 但他面臨兩種設定假設檢定的方法:

第一種:

$$H_0: \mu = 160$$

$$H_1: \mu > 160$$

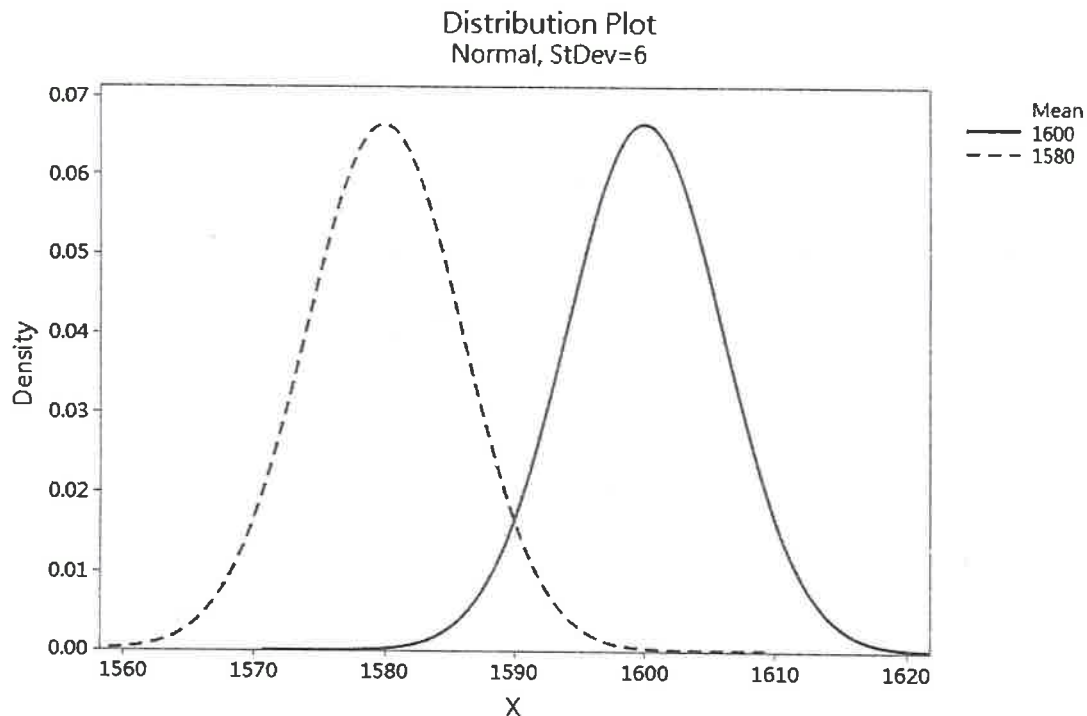
第二種:

$$H_0: \mu = 160$$

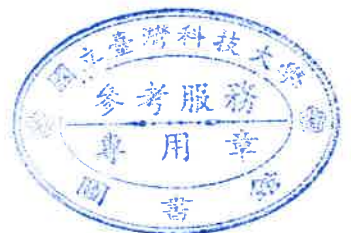
$$H_1: \mu < 160$$

請問他應該選擇哪一種假設檢定? 為什麼?

- (2) (10%)假設該批鋼纜的抗拉強度服從常態分配, 請幫該名工業安全技師進行假設檢定並決定, 在 95%的信心水準下該批鋼纜是否可以接收?
- (3) (5%)如果該批鋼纜實際上的抗拉強度就是 1580(MPa), 請問在採用第二種假設檢定的條件下, 該批鋼纜被錯誤地允收的機率有多少? 請參考下列圖形, 在答案卷上概略畫出並標示出代表「該批鋼纜被錯誤地允收」的機率區域面積並計算之。



(下一頁還有題目)



國立臺灣科技大學 113 學年度碩士班招生試題

系所組別：工業管理系碩士班丙組

科 目：統計學

(總分為 100 分；所有試題務必於答案卷內頁依序作答，否則不予計分)

4. (25%)有位人因學者作了一項控制器如何影響反應時間的實驗，她找了四位受試者分別測試四種不同的控制器，所得到的結果如下表：

時間	受試者 1	受試者 2	受試者 3	受試者 4
控制器 1	20	25	20	22
控制器 2	22	27	25	25
控制器 3	26	26	25	27
控制器 4	21	23	21	22

單位：秒

- (1) (9%)請將控制器當作因子，完成單因子變異數分析(One-way Analysis of Variance, ANOVA)。參考以下表格(請列出計算過程，數字四捨五入到小數點以下兩位)：

變異來源	平方和	自由度	平均平方和	F 值
因子間				
隨機誤差				
總變異				

- (2) (3%)要判斷因子間是否有顯著差異，需要查 F 分配臨界值表。請問查表時要有 95% 的信心水準，F 分配臨界值 F_{α, v_1, v_2} 中 α, v_1, v_2 各是多少？
- (3) (8%)經查臨界值為 3.49，表示因子(控制器)間有控制器有顯著差異，因此該人因學者建立了一個反應時間的模型如下：

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

其中 Y_{ij} 是受試者 j 使用控制器 i 的反應時間， μ 是總平均反應時間， τ_i 是控制器 i 的效應， ϵ_{ij} 則是隨機誤差。請問各個控制器的效應 $\tau_1 \sim \tau_4$ 各是多少？

- (4) (5%)根據變異數分析的基本假設，反應時間模型中隨機誤差 ϵ_{ij} 應該是服從甚麼樣的分配呢？

(所有題目完畢！)



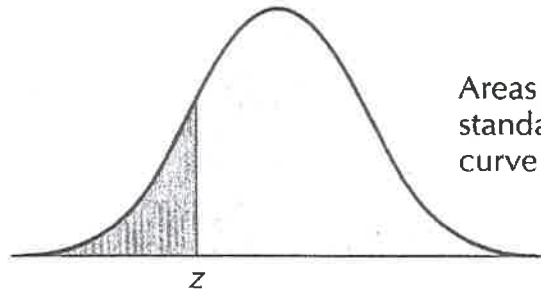
國立臺灣科技大學 113 學年度碩士班招生試題

系所組別：工業管理系碩士班丙組

科目：統計學

(總分為 100 分；所有試題務必於答案卷內頁依序作答，否則不予計分)

Appendix Tables

Areas under the
standard normal
curve from $-\infty$ to z

z	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.00
-4.00	0.00002	0.00002	0.00002	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
-3.90	0.00003	0.00003	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00005	0.00005
-3.80	0.00005	0.00005	0.00005	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00007	0.00007	0.00007
-3.70	0.00008	0.00008	0.00008	0.00009	0.00009	0.00009	0.00010	0.00010	0.00010	0.00011
-3.60	0.00011	0.00012	0.00012	0.00013	0.00013	0.00014	0.00014	0.00015	0.00015	0.00016
-3.50	0.00017	0.00017	0.00018	0.00019	0.00019	0.00020	0.00021	0.00022	0.00022	0.00023
-3.40	0.00024	0.00025	0.00026	0.00027	0.00028	0.00029	0.00030	0.00031	0.00033	0.00034
-3.30	0.00035	0.00036	0.00038	0.00039	0.00040	0.00042	0.00043	0.00045	0.00047	0.00048
-3.20	0.00050	0.00052	0.00054	0.00056	0.00058	0.00060	0.00062	0.00064	0.00066	0.00069
-3.10	0.00071	0.00074	0.00076	0.00079	0.00082	0.00085	0.00087	0.00090	0.00094	0.00097
-3.00	0.00100	0.00104	0.00107	0.00111	0.00114	0.00118	0.00122	0.00126	0.00131	0.00135
-2.90	0.0014	0.0014	0.0015	0.0015	0.0016	0.0016	0.0017	0.0018	0.0018	0.0019
-2.80	0.0019	0.0020	0.0021	0.0021	0.0022	0.0023	0.0023	0.0024	0.0025	0.0026
-2.70	0.0026	0.0027	0.0028	0.0029	0.0030	0.0031	0.0032	0.0033	0.0034	0.0035
-2.60	0.0036	0.0037	0.0038	0.0039	0.0040	0.0041	0.0043	0.0044	0.0045	0.0047
-2.50	0.0048	0.0049	0.0051	0.0052	0.0054	0.0055	0.0057	0.0059	0.0060	0.0062
-2.40	0.0064	0.0066	0.0068	0.0069	0.0071	0.0073	0.0075	0.0078	0.0080	0.0082
-2.30	0.0084	0.0087	0.0089	0.0091	0.0094	0.0096	0.0099	0.0102	0.0104	0.0107
-2.20	0.0110	0.0113	0.0116	0.0119	0.0122	0.0125	0.0129	0.0132	0.0136	0.0139
-2.10	0.0143	0.0146	0.0150	0.0154	0.0158	0.0162	0.0166	0.0170	0.0174	0.0179
-2.00	0.0183	0.0188	0.0192	0.0197	0.0202	0.0207	0.0212	0.0217	0.0222	0.0228
-1.90	0.0233	0.0239	0.0244	0.0250	0.0256	0.0262	0.0268	0.0274	0.0281	0.0287
-1.80	0.0294	0.0301	0.0307	0.0314	0.0322	0.0329	0.0336	0.0344	0.0351	0.0359
-1.70	0.0367	0.0375	0.0384	0.0392	0.0401	0.0409	0.0418	0.0427	0.0436	0.0446
-1.60	0.0455	0.0465	0.0475	0.0485	0.0495	0.0505	0.0516	0.0526	0.0537	0.0548
-1.50	0.0559	0.0571	0.0582	0.0594	0.0606	0.0618	0.0630	0.0643	0.0655	0.0668
-1.40	0.0681	0.0694	0.0708	0.0721	0.0735	0.0749	0.0764	0.0778	0.0793	0.0808
-1.30	0.0823	0.0838	0.0853	0.0869	0.0885	0.0901	0.0918	0.0934	0.0951	0.0968
-1.20	0.0985	0.1003	0.1020	0.1038	0.1057	0.1075	0.1093	0.1112	0.1131	0.1151
-1.10	0.1170	0.1190	0.1210	0.1230	0.1251	0.1271	0.1292	0.1314	0.1335	0.1357
-1.00	0.1379	0.1401	0.1423	0.1446	0.1469	0.1492	0.1515	0.1539	0.1562	0.1587
-0.90	0.1611	0.1635	0.1660	0.1685	0.1711	0.1736	0.1762	0.1788	0.1814	0.1841
-0.80	0.1867	0.1894	0.1922	0.1949	0.1977	0.2005	0.2033	0.2061	0.2090	0.2119
-0.70	0.2148	0.2177	0.2207	0.2236	0.2266	0.2297	0.2327	0.2358	0.2389	0.2420
-0.60	0.2451	0.2483	0.2514	0.2546	0.2578	0.2611	0.2643	0.2676	0.2709	0.2743
-0.50	0.2776	0.2810	0.2843	0.2877	0.2912	0.2946	0.2981	0.3015	0.3050	0.3085
-0.40	0.3121	0.3156	0.3192	0.3228	0.3264	0.3300	0.3336	0.3372	0.3409	0.3446
-0.30	0.3483	0.3520	0.3557	0.3594	0.3632	0.3669	0.3707	0.3745	0.3783	0.3821
-0.20	0.3859	0.3897	0.3936	0.3974	0.4013	0.4052	0.4090	0.4129	0.4168	0.4207
-0.10	0.4247	0.4286	0.4325	0.4364	0.4404	0.4443	0.4483	0.4522	0.4562	0.4602
-0.00	0.4641	0.4681	0.4721	0.4761	0.4801	0.4840	0.4880	0.4920	0.4960	0.5000

