

八十五學年度國立台灣工業技術學院研究所碩士班招生考試

所別：營建工程技術研究所

組別：結構甲組

科目：工程數學

請依下列規定之符號作答，否則不予計分

向量： $\vec{A}, \vec{B}, \vec{i}, \vec{j}, \hat{e}_1, \hat{e}_2$ 等

矩陣： $[A], [B]$ 等

行矩陣： $\{A\}, \{B\}$ 等

列矩陣： $\langle B \rangle, \{Y\}$ 等

行列式： $\det [A]$ 或 $|A|$ 等

一、已知 $y'''' - 4y'' + y' + 6y = \cos 3x$ ，試利用參數變換法 (variation of parameters) 列出所有強制條件 (forced conditions) 及自然形式之條件。另外再請寫出其 Wronskian 之全式 [註：不用解題] (15%)

二、設 $[A] = \begin{bmatrix} x & 7 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ $[B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & x \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (10%)

試解下式之 x 值

$$\det([A][B]) = -78x$$

三、已知某純量函數 (scalar function) f 之梯度向量 (gradient) 為 $\vec{i} + 2 \sin(y+z) \vec{j} + 2 \sin(y+z) \vec{k} = \nabla f$ ，試反求 f 之表示式。 (10%)

四、已知某一波動方程式 (wave eqn.) 如下所示

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + Ax \quad (0 < x < L, t > 0) \quad (a)$$

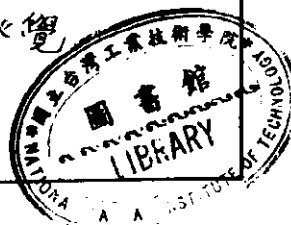
边界及初始條件分別是 (i) $y(0, t) = y(L, t) = 0 \quad (t > 0)$

(ii) $y(x, 0) = 0 \quad (0 < x < L)$ (iii) $\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = 0 \quad (0 < x < L)$

若令 $y(x, t) = Y(x, t) + \psi(x)$ 代入 (a) 式，發覺 $\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}$ (b)

請問若要 (b) 式成立，其必要條件為何？又從 (i) 條件中發覺

$$\begin{cases} y(0, t) = Y(0, t) \\ y(L, t) = Y(L, t) \end{cases} \quad \text{試問此時 } \psi(x) \text{ 之表示式為何？}$$



(命題用紙)

八十五學年度國立台灣工業技術學院研究所碩士班招生考試

所別：營建工程技術研究所

組別：結構甲組

科目：工程數學

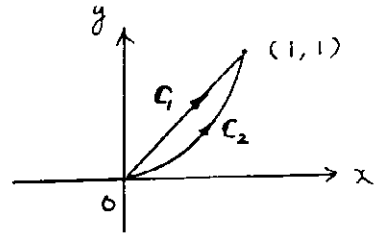
五. 令 $\vec{F}(x, y) = xy \vec{i} + x \vec{j}$

路徑 #1：直線 $(0, 0) \rightarrow (1, 1)$

路徑 #2：拋物線 $(0, 0) \rightarrow (1, 1)$

試求線積分 $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{R}$ 之值

(15%)



六. 試求解下列聯立微分方程之解

$$\text{已知 } \begin{cases} x_1' = 3x_1 - 4x_2 \\ x_2' = 2x_1 - 3x_2 \end{cases} \quad \text{及 } \begin{cases} x_1(0) = 7 \\ x_2(0) = 5 \end{cases}$$

其中 $x_i' = \frac{dx_i}{dt}$ $i = 1, 2$

(70%)

七. 試利用下列 Maclaurine Series 及 冪級數法 (power series solution)

求解 $y'' + y = 0$ [注意：請依指定方法求解，否則不予計分]

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{m=0}^{\infty} x^m, \quad |x| < 1$$

$$e^x = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^m}{m!}$$

(10%)

$$\cos x = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m x^{2m}}{(2m)!}$$

$$\sin x = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m x^{2m+1}}{(2m+1)!}$$

