

## 八十五學年度國立台灣工業技術學院研究所碩士班招生考試

所別：營建工程技術研究所

組別：材料組

科目：工程數學

(每題作答時，均需詳列計算過程與結果，否則不予計分)

- (20%) 考慮在二維  $xy$  平面上之任一點  $P(x_0, y_0)$  及任一直線  $ax+by+c=0$ ， $P$  點並不在此直線上，且  $a, b$  不同時為零，試用向量 (vector) 觀念，計算  $P$  點至該直線之最短距離。
- (15%) 求下題  $3 \times 3$  矩陣之艾根值 (Eigenvalues) 及相對應之艾根向量 (Eigenvectors) (提示：其中一個 Eigenvalue 為 155.946)

$$\begin{bmatrix} 100 & -35 & 50 \\ -35 & 80 & 60 \\ 50 & 60 & 96 \end{bmatrix}$$

- (15%) 求下題之通解 (General solution):  $y''' + 2y'' + 9y' + 18y = e^{-2x}$
- (20%) 某建材公司將一批進口碎石依尺寸分 A, B, C 三級 (如下表)，設碎石之分佈可用均值  $\mu = 130$ ，變異值  $\sigma^2 = 100$  常態分佈來表示，該公司在每一噸 A 級碎石中可賺 150 元，B 級可賺 220 元，C 級則須賠 100 元，求在一噸不分尺寸之碎石中，該公司可能賺得之利潤為多少元？

等級	尺寸範圍
A	$150 < x \leq 160$
B	$115 < x \leq 150$
C	$x \leq 115$
C	$x > 160$

- (15%) 自含有一號球 1 個，二號球 2 個，三號球 3 個，……， $n$  號球  $n$  個之袋子中任選一球，每次取出後，球再放回袋子，設此球之號碼為隨機變數  $X$ ，

(a) 求  $X$  之機率分佈(b) 求  $X$  之均值  $\mu_x$ 提示： $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ 

- (15%) 設  $w$  為  $n$  個數  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  中任何一數，且  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ，試證明  $\sum_{i=1}^n (x_i - w)^2 \geq \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ ，在那個條件下，兩者會相等？



(命題用紙)

八十五學年度國立台灣工業技術學院研究所碩士班招生考試

所別：營建工程技術研究所

組別：材料組

科目：工程數學

工程數學 (材料組) 附提供資料：

1. 學生 t-分佈值 (Student t-distribution) :

$$\alpha = \int_{t=t_\alpha}^{\infty} \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\Gamma(\nu/2)\sqrt{\pi\nu}} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2} dt ; \nu = \text{degrees of freedom}$$

$$\Gamma(\theta) = \text{gamma function} = \int_0^{\infty} x^{\theta-1} e^{-x} dx ; e = 2.7182818284....$$

$\nu$	面積 $\alpha =$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
5	$t_\alpha =$	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	$t_\alpha =$	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	$t_\alpha =$	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	$t_\alpha =$	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355

2. 常態分佈值 (Normal distribution) :

$$A = \int_{z=-\infty}^{z_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5z^2} dz ; e = 2.7182818284....$$

$z_0 =$	-3.5	-3.4	-3.2	-3.0	-2.8	-2.6	-2.4	-2.328	-2.2
面積 A =	$\approx 0.0$	0.0003	0.0007	0.0013	0.0026	0.0047	0.0082	0.01	0.0139
$z_0 =$	-2.17	-2.055	-2.0	-1.96	-1.8	-1.645	-1.6	-1.4	-1.2
面積 A =	0.015	0.02	0.0228	0.025	0.0359	0.05	0.0548	0.0808	0.1151
$z_0 =$	-1.0	-0.8	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.0
面積 A =	0.1587	0.2119	0.2743	0.3085	0.3446	0.3821	0.4207	0.4602	0.5000

註：如計算值不為表格所提供之數值，可用直線內插法求得相對應之近似值。

