

八十五學年度國立台灣工業技術學院研究所碩士班招生考試

所別：纖維及高分子工程技術研究所 組別：纖維甲、乙組、高分子組 科目：工程數學

選擇題：5 題，10 分/題，總計 50 分

說明：1. 每題各存在 2 個正確之選項，每一正確之選項計 5 分，一題 10 分。

2. 每選錯或塗改一選項則倒扣 5 分。

3. 計算過程必須詳列，否則該選項零分計算。

一、
$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -2 & -1 & 6 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Eigenvalues = 5, 1, 2

(b) Eigenvalues = -5, 3, 3

(c) 相對應之 Eigenvectors $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

(d) 相對應之 Eigenvectors $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

二、
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

(a) $\text{rank}(A) = 3$

(b) $\det(A) = 0$

(c) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1.5 & -2.0 & 1.6 \\ 0 & -1 & -0.8 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$

(d) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5 & -2.5 & 1.8 \\ 0 & 1 & -0.8 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$

三、If $\text{div } \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{v}$ and $\text{grad } f = \nabla f$, then

(a) $\text{div}(f\mathbf{v}) = f \text{div } \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla f$

(b) $\text{div}(f\nabla g) = f\nabla^2 g + \nabla f \cdot \nabla g$

(c) $\text{grad}(\text{div } f) = \nabla^2 f$

(d) If $f = x^2 - y^2$, $P: (2, 3)$, $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$, then the directional derivative of f at P in the direction of $\mathbf{a}$ is $\sqrt{2}$.



八十五學年度國立台灣工業技術學院研究所碩士班招生考試

所別：纖維及高分子工程技術研究所 組別：纖維甲、乙組、高分子組 科目：工程數學

四

Evaluate the surface integral $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dA$ by the divergence theorem, where

$\mathbf{F} = 10y\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$, S the surface of $0 \leq x \leq 6$, $0 \leq y \leq 1$, $0 \leq z \leq y$

(a) $\iiint_V \operatorname{div} \mathbf{F} \, dV = \iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dA$

(b) $\iiint_V \nabla \mathbf{F} \, dV = \iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dA$

(c) 60

(d) $53/3$

(e) $63/2$

五

Find the Fourier series of the function $f(x)$, of period $p = 2L$.

$f(x) = x \quad (-1 < x < 1) \quad p = 2L = 2$

(a) It is even function.

(b) It is odd function.

(c) $\frac{2}{\pi} \left(\sin \pi x - \frac{1}{2} \sin 2\pi x + \frac{1}{3} \sin 3\pi x - \dots + \dots \right)$

(d) $\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \left(\cos \pi x - \frac{1}{2} \cos 2\pi x + \frac{1}{3} \cos 3\pi x - \dots + \dots \right)$

六

Solve the following differential equations:

(1) $y'' + 2y' + 5y = 8e^t + d(t-1)$; $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$. (13%)

(2) $(x^2 - 1)x^2y'' - (x^2 + 1)xy' + (x^2 + 1)y = 0$ (13%)

(3) $x' = -2x + y$; $y' = -4x + 3y + 10\sin t$ (12%)

(4) $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}/x^2$ (12%)

