

所 別：管理技術研究所
學程別：工業管理學程

組別：

科目：微積分

一、求極限：

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin \frac{1}{2x} + \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{1}{3x}$ (10 分)

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-1} + \sqrt{x-3} - \sqrt{x+1} - \sqrt{x+3})$ (10 分)

二、求導數：

(a) 已知 $f(x) = 2x + \cos x$, $g = f^{-1}$, 求 $g'(1)$ 。 (10 分)

(b) 已知 $g(x) = x^{\sqrt{x}}$, 求 $g'(x)$ 。 (10 分)

三、一封閉圓筒罐頭內容量一公升，欲使其表面材料最少，求其底部直徑與其高之比值。 (15 分)

四、曲線 $y = x(x-1)^2$ 與 x 軸圍成之面積繞 y 軸旋轉形成之體積為何? (15 分)
之值

五、在條件 $x + y + 2z = 8$ 與 $2x + y + 3z = 10$ 限制下，
求 $f(x, y, z) = 6xy - 10z^2$ 之極值。 (15 分)

六、 $R = [1, 2] \times [0, \pi]$, 求 $\iint_R y \sin(xy) dA$ 。 (15 分)