

所 別： 營建工程技術研究所
學程別：

組別：材料組

科目：工程數學

每題作答時，均需詳列計算過程與結果，否則不予計分。

1. (15%) 求過原點 $O(0,0,0)$ 且垂直於向量 $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ 之平面方程式。

2. (20%) 求下列微分方程式的通解：

$$y'' - 3y' + 2y = \sin(e^{-x})$$

3. (15%) 如下列矩陣的階(Rank)為 2，則 x 應為多少？

$$\begin{bmatrix} 5-x & 4 & -2 \\ 4 & 5-x & -2 \\ -2 & -2 & 3-2x \end{bmatrix}$$

4. (15%) 假設某工廠每天生產的磁磚中，平均有 20% 為無法通過品質要求的劣品，今由該工廠每天生產的磁磚中，隨機抽取 12 個磁磚，求下列各個情況下的機率：

- (1) 剛好有 3 個為劣品。
- (2) 2 個以上(含 2 個)為劣品。

5. (20%) 在一項調查 A、B 兩個營造廠一般技術工人的平均月薪異差研究中，由 A 營造廠中隨意取樣 100 個工人，經統計後，得到他們的平均月薪為 32000 元，群體標準差為 1400，由 B 營造廠中隨意取樣 200 個工人，經統計後，得到他們的平均月薪為 34000 元，群體標準差為 1800，以顯著水準 0.01，檢驗 B 營造廠一般技術工人的平均月薪是否比 A 營造廠一般技術工人的平均月薪多出 1600 元以上。

6. (15%) 隨機取樣檢驗某批鋼材的厚度(單位為 cm)，分別為 1.01，0.97，1.03，1.04，0.99，0.98，0.99，1.01，1.03，假設其分佈大約為常態分佈，求平均鋼板厚度的 99% 信賴區間。

所別：營建工程技術研究所
學程別：

組別：材料組

科目：工程數學

工程數學(材料組)附件提供資料：

(1) 學生 t - 分佈值 (Student t - distribution) :

$$\alpha = \int_{t=t_\alpha}^{\infty} \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\Gamma(\nu/2)\sqrt{\pi\nu}} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2} dt$$

此處 $\nu =$ degree of freedom ;

$$\Gamma(\theta) = \text{gamma function} = \int_0^{\infty} x^{\theta-1} e^{-x} dx; \quad e = 2.7182818284\dots$$

ν	面積 $\alpha =$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
5	$t_\alpha =$	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	$t_\alpha =$	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	$t_\alpha =$	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	$t_\alpha =$	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	$t_\alpha =$	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250

(2) 常態分佈值(Normal distribution) :

$$A = \int_{z=-\infty}^{z_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5z^2} dz; \quad e = 2.7182818284\dots$$

$z_0 =$	- 3.5	- 3.4	- 3.2	- 3.0	- 2.8	- 2.6	- 2.4	- 2.328	- 2.2
面積 A =	≈ 0.0	0.0003	0.0007	0.0013	0.0026	0.0047	0.0082	0.01	0.0139
$z_0 =$	- 2.17	- 2.055	- 2.0	- 1.96	- 1.8	- 1.645	- 1.6	- 1.4	- 1.2
面積 A =	0.015	0.02	0.0228	0.025	0.0359	0.05	0.0548	0.0808	0.1151
$z_0 =$	- 1.0	- 0.8	- 0.6	- 0.5	- 0.4	- 0.3	- 0.2	- 0.1	0.0
面積 A =	0.1587	0.2119	0.2743	0.3085	0.3446	0.3821	0.4207	0.4602	0.500

註：如計算值不為以上兩個表格所提供之數值，可用直線內插法求得相對應之近似值。