

所別：化學工程技術研究所
學程別：

組別：

科目：工程數學

請注意：(1) 可不按順序作答，但務必標明題號。(2) 請詳列運算過程，否則將酌予扣分

1. 以拉式轉換(Laplace transform)法解二階線性常微分方程
 $d^2y/dt^2 + 2t dy/dt - 4y = 1$ ，在 $t=0$ 時，
 $y=0$ 且 $dy/dt = 0$ (20分)

2. 求方陣 $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ 之三個特徵值(eigen value)及其對應互為線性獨立且大小(norm)為 1 之特徵向量(eigen vector) (15分)

3. 將行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 & \delta^2 \\ \alpha^3 & \beta^3 & \gamma^3 & \delta^3 \end{vmatrix}$ 表示成因式分解之形式 (15分)

4. 解邊界值問題 (20%)

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (0 < x < L, t > 0)$$
$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0, \quad T(L,t) = 0, \quad T(x,0) = f(x)$$

5. 求常微分方程 $x^2y'' + xy' + (x^2 - 0.25)y = 0$ 在 $(0, \infty)$ 間之一般解
(general solution) (10%)
6. 求常微分方程 $y'' + xy' - y = 1 + x^2$ 在 $x=0$ 附近之解 (20%)