

國立臺灣科技大學
八十七學年度碩士班招生考試試題

所 別：管理技術研究所
學程別：工業管理學程

組別

科目：微積分

(1.) If $z = \frac{f(u)}{v}$, evaluate $v(\frac{\partial z}{\partial v}) + u(\frac{\partial z}{\partial u}) + z$. (12%)

(2.) Evaluate $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+4)\sqrt{x}}$. (15%)

(3.) Evaluate (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x^3+1} - \sqrt{x^3-1})$ (18%)

(4.) 下列敘述，正確者，請證明之，錯誤者，請舉反例或說明。

(a) If $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converges, so does $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$.

(b) If $0 \leq a_n \leq b_n$ for all $n \geq 1$ and if $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverges, then $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverges.

(c) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2} = -2$. (21%)

(5.) Let $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x^2}} & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0. \end{cases}$

Find $f'(0)$ and $f''(0)$. (16%)

(6.) Find the volume of the solid under the surface $z = x^2 + y^2$ above the xy -plane and inside the cylinder $x^2 + y^2 = 2y$. (18%)