

國立臺灣科技大學
八十七學年度碩士班招生考試試題

所 別：營建工程技術研究所
學程別：

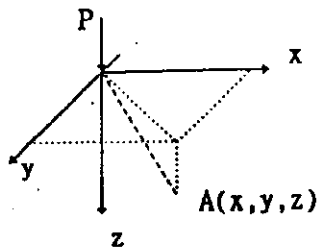
組別：大地組

科目：工程數學

一、 Boussinesq 提出彈性地層表面承受點荷重 P ，地層中任一點 $A(x, y, z)$ 之垂直應力 p 之計算式如下：

$$p = \frac{3P}{2\pi z^2 \left[1 + \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right]^{5/2}}$$

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$



若有一直徑等於 10 m 之圓形基礎置於地表，承受 100 kN/m^2 均佈荷重，在基礎底面中心點下 10 m 處之應力為多少？ (20分)

二、 線性聯立方程式解之包括四種情況，(1)唯一零解；(2)一組非零解；(3)無限多組非零解；(4)無解。已知一線性聯立方程式如下：

$$\begin{aligned} 3x - y + z &= k - 6 \\ -15x + 6y - 5z &= k + 5 \\ kx - 2y + 2z &= k - 5 \end{aligned}$$

- (a) 若 $k=5$ ，其解屬於那一種？說明理由。
(b) 若 $k=6$ ，其解屬於那一種？說明理由。 (20分)

三、 利用拉普拉氏轉換法(Laplace Transformation Method) 求下列微分方程式之解。已知初始條件為 $y(0)=5; y'(0)=-29$ ，

$$y'' + 4y' + 13y = 26e^{-4t} \quad (20分)$$

四、 試求一符合下列條件之平面方程式：

- (a) 平面通過點(1, 2, 1)
(b) 並且通過兩平面 $x+2y-3z=0$ 與 $x-y+z=1$ 的交線 (20分)

國立臺灣科技大學
八十七學年度碩士班招生考試試題

所 別： 營建工程技術研究所
學程別：

組別：大地組

科目：工程數學

五、經研究發現，在均勻地層中拉拔剛性基樁，樁身剪應力呈均勻分佈，樁身周圍土壤隨之隆起，由彈性理論分析得知，地層中任一點土壤之垂直位移量(w)與至樁身水平距離(r)符合下列微分方程式，

$$\frac{dw}{dr} = \frac{\tau_0 r_0}{Gr}$$

w = 土壤之垂直位移量

r = 土壤至樁身中點水平距離

τ_0 = 樁身剪應力

r_0 = 樁身半徑

G = G(τ) 土壤剪力模數與剪應力關係函數

理論上拉拔剛性基樁，對土壤之影響範圍(r_m)至無限遠，實用上考慮二十倍半徑已足夠正確(即 $r_m=20r_0$)。在此影響範圍內，土壤之剪應力與至樁身中點水平距離之乘積為常數，即

$$\tau_0 r_0 = \tau r$$

若已知基樁長 10 m，直徑 1.0 m，土壤剪力模數與剪應力關係函數為

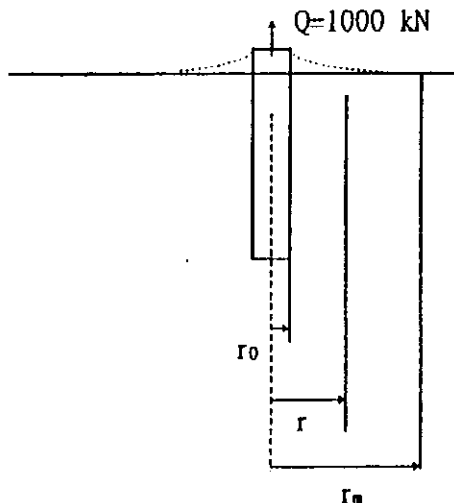
$$G = G_{\max} \left(1 - \frac{\tau}{\tau_{\max}}\right)$$

$G_{\max} = 10000 \text{ kN/m}^2$ 剪力模數最大值

$\tau_{\max} = 50 \text{ kN/m}^2$ 土壤極限剪力強度

τ = 土壤剪應力

當拉拔力等於 1000 kN 時，樁身垂直位移等於多少？ (20分)



示意圖