

國立臺灣科技大學
八十八學年度碩士班招生考試試題

系所別：營建工程系碩士班

組別：乙組

科目：工程數學

一、已知地面下某一點土壤所受之應力，可用矩陣 A 表示如下：

$$A = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ = 正向應力 (kg/cm^2)

$\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}, \tau_{xz}, \tau_{zx}$ = 剪應力 (kg/cm^2)

求該點 (1) 最大主應力

(2) 最大主應力作用平面之方向 (用方向餘弦表示) (25分)

二、某基樁現地試驗量測到樁頂之荷重與沉陷量如下表所示，

荷重(t)	沉陷量(mm)
100	1.0
200	2.0
300	3.5
400	5.0
500	6.5
600	9.0
700	10.5
800	13.0

擬採用下列數學函數迴歸

$$P = \frac{w}{a + bw}$$

P = 荷重

w = 沉陷量

a, b = 常數

(1) 求常數 a, b

(2) 當沉陷量趨近無限大時，荷重等於多少 (25分)

國立臺灣科技大學
八十八學年度碩士班招生考試試題

系所別：營建工程系碩士班

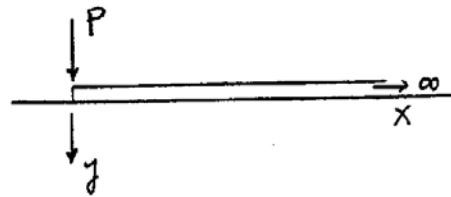
組別：乙組

科目：工程數學

三，一半無限長樑置於均勻地層之地表，樑的寬度為 b ，假設土壤為溫克模式(Winkler model)，得樑撓度行為之微分方程式如下，

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + kx = 0$$

- E = 樑之彈性係數
 I = 樑之轉動慣量
 k = 地盤反力係數 (假設為常數)
 y = 樑之撓度
 x = 水平方向座標



若樑左端施加一集中荷重 P 如圖所示，求

- (1) 該樑之最大撓度 (2) 該樑之最大彎矩 (25分)

提示：微分方程一般解為

$$y = (C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) e^{\lambda x} + (C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x) e^{-\lambda x} ; \quad \lambda = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$$

四，Terzaghi 根據飽和黏土壓密行為，導演出單向度壓密理論之偏微分方程式如下，

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

- u = 孔隙水壓力
 t = 時間
 c_v = 壓密係數
 z = 垂直座標

假設受壓黏土層為雙向排水，受壓黏土層厚度為 $2H$ ，
由周界條件； $z=0, u=0$ ； $z=2H, u=0$

求得 (1) 式含常數 C_n 之解：
$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} C_n \sin \frac{n\pi z}{2H} e^{-n^2 \pi^2 c_v t / 4H^2} \quad (2)$$

n = 正整數

若已知周界條件： $t=0, u=u_i$ (假設為常數)

- (1) 求 (2) 式中常數 C_n
 (2) 若已知 $2H=10$ m, $c_v=3 \times 10^{-6}$ m²/sec, $u_i=20$ t/m², 求 30 天後受壓黏土層中點之孔隙水壓力 (取前三項計算) (25分)