

國立臺灣科技大學

八十九學年度碩士班招生考試試題

系所組別：營建工程系乙組

科目：工程數學

一、在一森林中假設兔子的數量(x_1)和狼的數量(x_2)之相互消長關係可以用下列之聯立方程式來表示

$$\frac{dx_1}{dt} = 4x_1 - 2x_2 \quad ; \quad \text{其中 } t = \text{時間(年)}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_1 + x_2$$

- (1) 請說明第一個方程式右邊第二項之負號所代表之意義。(10%)
- (2) 試將此聯立方程式寫成矩陣型式 $\mathbf{X}' = \mathbf{A}\mathbf{X}$ ，然後再求此矩陣 \mathbf{A} 之特徵值(Eigenvalue) 和特徵向量(Eigenvector)。(10%)
- (3) 根據矩陣之特性得知由特徵向量所組成的矩陣 \mathbf{P} 可將矩陣 \mathbf{A} 主軸化(diagonalize)。試應用此主軸化方法求解下題：已知森林剛形成時($t=0$)兔子有 300 隻，狼 200 隻。試問經過一年後兔子和狼的數量各為多少？
提示：令 $\mathbf{X} = \mathbf{P}\mathbf{Z}$ 代入原矩陣型式之方程式，先解 \mathbf{Z} 再求解 \mathbf{X} 。(10%)

二、請回答下列二個有關向量分析(Vector Analysis)之問題

- (1) 開車沿著山路盤旋而上，若知在時間 t 時車子之位置為

$$\vec{R}(t) = 9\cos(t) \vec{i} + 9\sin(t) \vec{j} + 2\sqrt{10} t \vec{k}$$

上式中時間之單位為小時，位置之單位為公里。試問 2 小時後車子共行進了多少里程？需簡要說明你的計算式之物理意義。(10%)

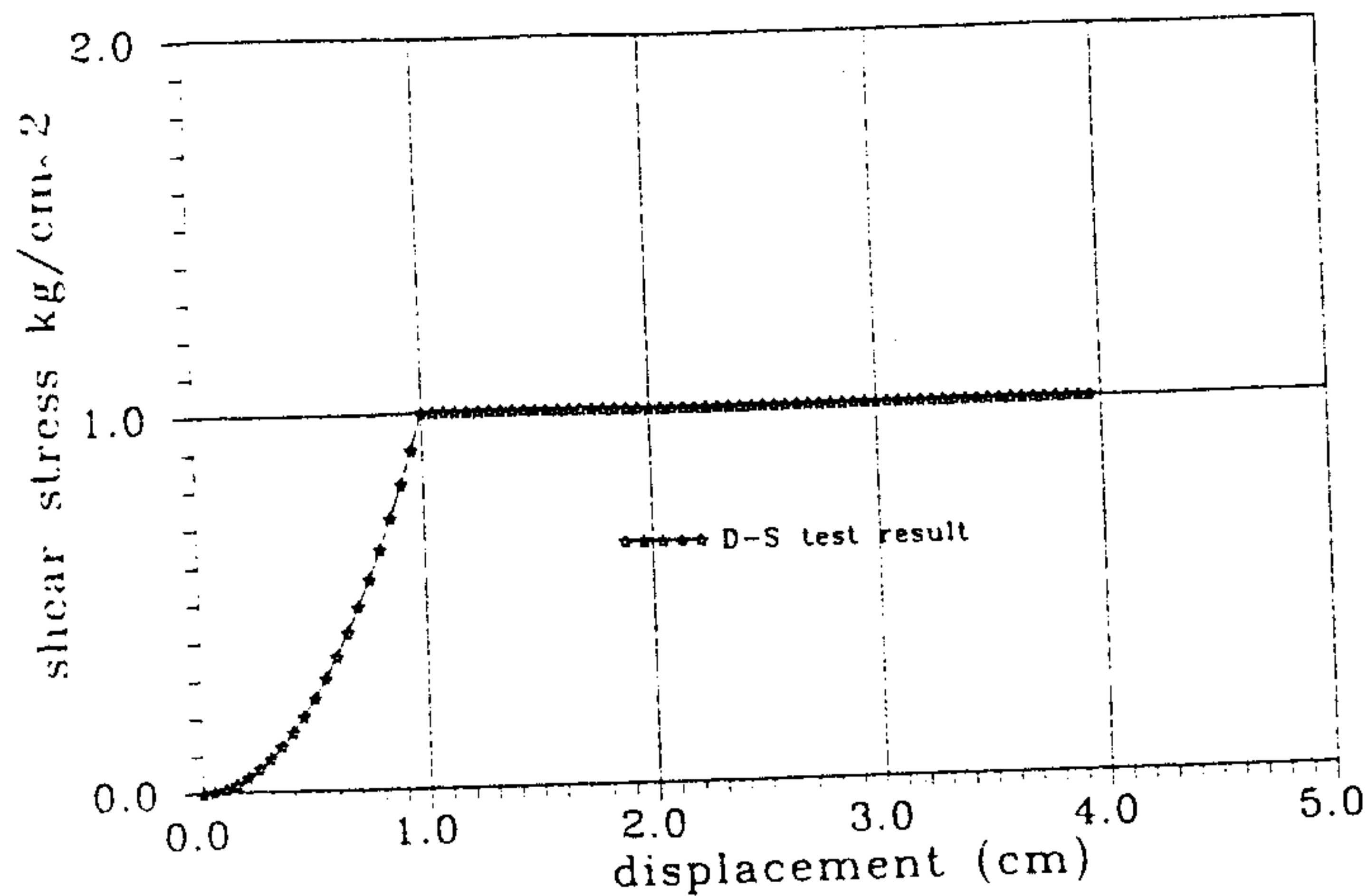
- (2) 試舉出一個實例說明何謂向量場(Vector Field)和流線(Streamline)。(10%)



國立臺灣科技大學
八十九學年度碩士班招生考試試題

系所組別：營建工程系乙組
科目：工程數學

三、一直剪試驗獲得下圖結果

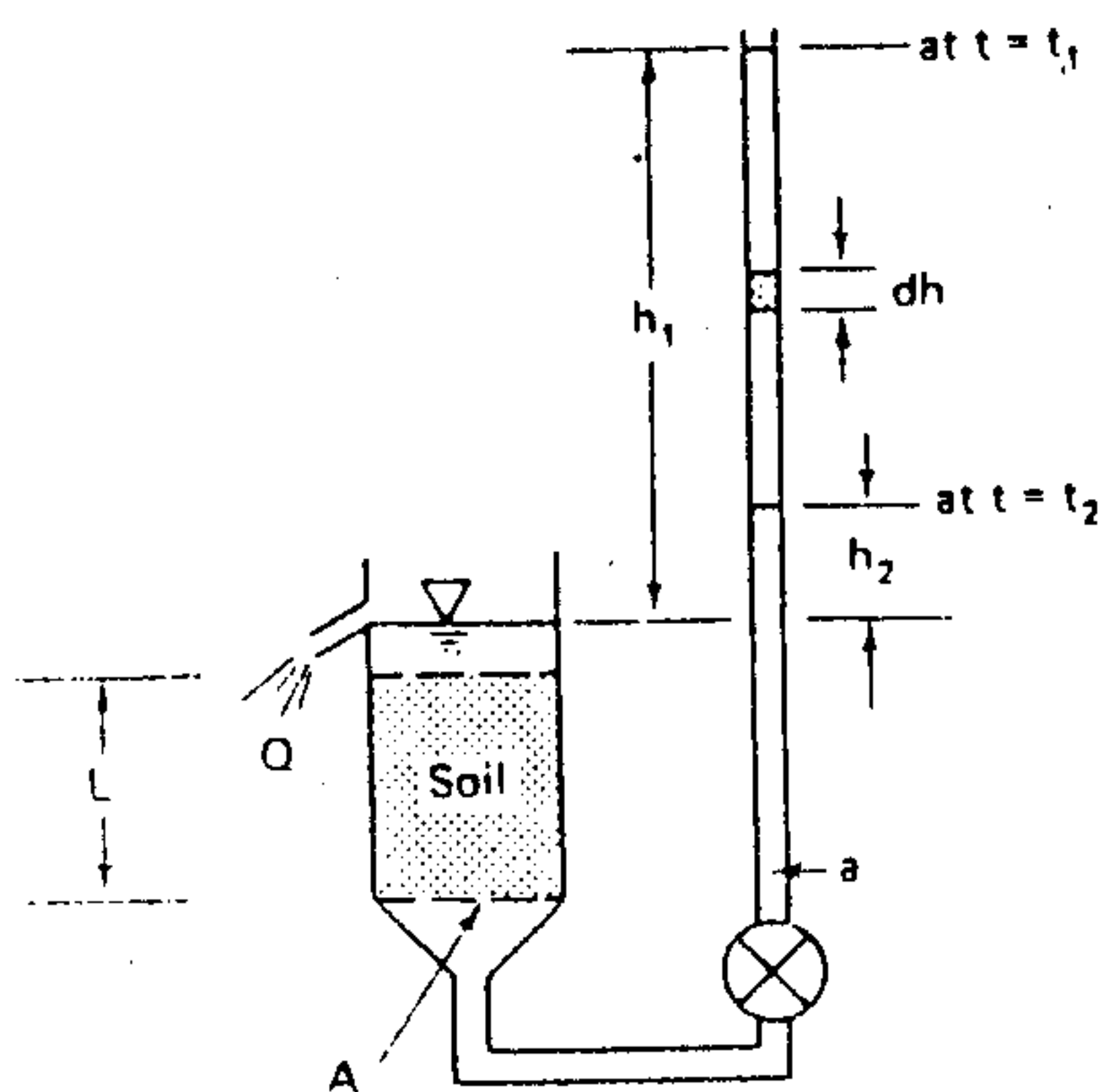


位移 $0 < s \leq 1 \text{ cm}$
 $\tau = s^2$

位移 $1 \text{ cm} < s \leq 4 \text{ cm}$
 $\tau = 1$

- (1) 試用富氏餘弦級數 (Fourier Cosine Series) 表示該試驗結果。 (15分)
- (2) 取富氏餘弦級數前四項計算並作圖再與試驗結果比較。 (10分)

四、一落水頭 (Falling Head) 土壤滲透試驗設備如下圖所示，



水頭	h
豎管斷面積	a
土壤斷面積	A
土壤長度	L
時間	t
滲透係數	k

- (1) 試推導變化水頭、滲透係數、豎管斷面積、土壤斷面積、長度與時間之關係。 (15分)
- (2) 已知 $a = 6.25 \text{ cm}^2$, $A = 10.73 \text{ cm}^2$, $L = 16.28 \text{ cm}$, 在 90 秒時間, 水頭由 $h_1 = 160.2 \text{ cm}$ 降至 $h_2 = 80.1 \text{ cm}$, 求土壤滲透係數 (cm/s)。 (10分)

