

國立臺灣科技大學

八十九學年度碩士班招生考試試題

系所組別：營建工程系丙一組

科目：工程數學

一. 試解下列伯努利 (Bernoulli) 微分方程式的通解 (20%)

$$y' + \frac{1}{x} y = 3x^2 y^3$$

二. 已知 A 矩陣表為 (20%)

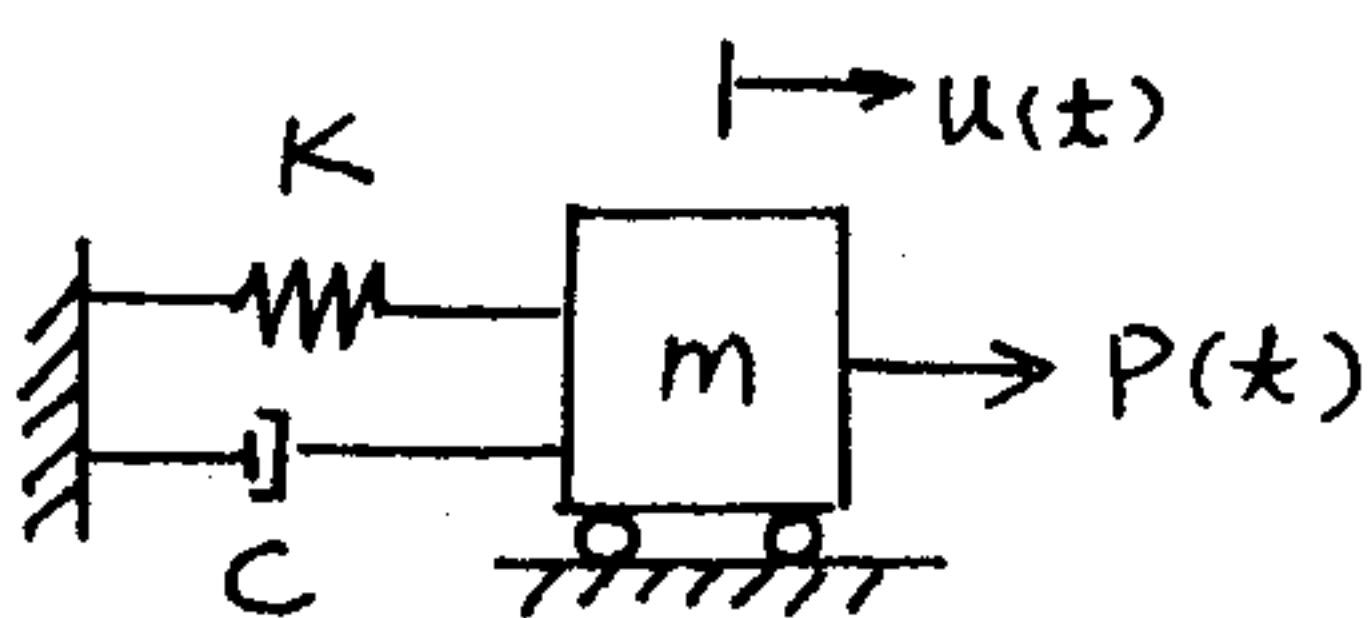
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

若 A 矩陣之特徵值 (Eigenvalues) 為  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , 而且 P 矩陣可將 A 矩陣對角化 (diagonalize). 試證明對一任何正整數 k,

$$A^k = P \begin{bmatrix} \lambda_1^k & & & 0 \\ & \lambda_2^k & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n^k \end{bmatrix} P^{-1}$$

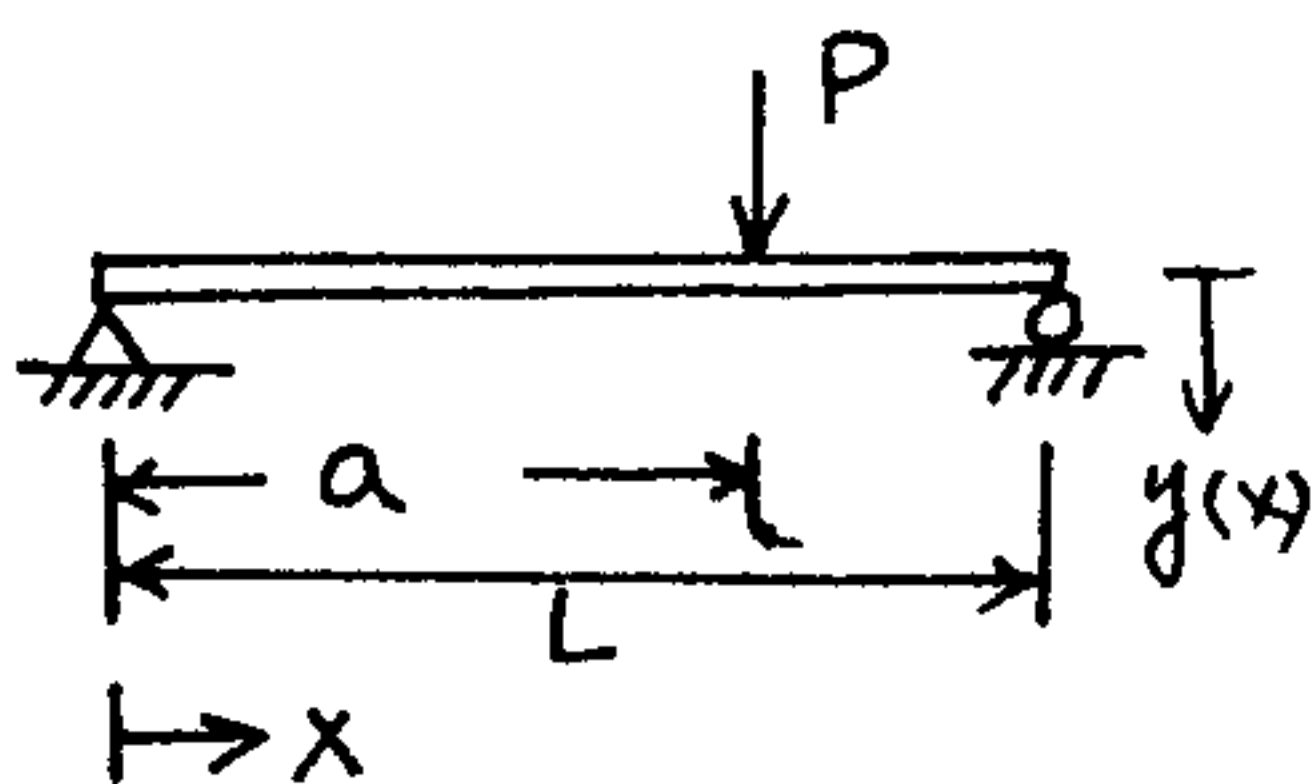


三. 左圖所示之單自由度系統之運動方程式可表為



$$m \ddot{u}(t) + C \dot{u}(t) + K u(t) = P(t)$$

其中  $m, C,$  和  $K$  是系統常數;  $u(t)$  是位移;  $P(t)$  為外力;  $t$  為時間  
請利用傅利葉轉換 (Fourier Transform) 求取  $u(t)$  (20%)

四. 請針對左圖所示之簡支梁, 利用拉普拉斯轉換 (Laplace Transform), 求解位移  $y(x)$ .

Hint: 請先寫出  $y(x)$  之控制微分方程式 (governing Differential Equation) (20%)

五. 已知一力場  $\vec{F}(x, y, z) = (2x + \lambda y) \vec{i} + (-3z + \mu x) \vec{j} + (-3y - \lambda \sin z) \vec{k}$ , 其中  $\lambda$  和  $\mu$  為常數。若質點 A 之運動軌跡係由  $(1, 1, 1)$  經  $(2, 2, 2)$ ,  $(4, 5, 6)$  至  $(5, 6, 7)$  之折線; 而質點 B 之軌跡係由  $(1, 1, 1)$  經  $(1, 2, 3)$ ,  $(3, 1, 5)$  至  $(5, 6, 7)$  之折線; 請問在何種情況下, 力場  $\vec{F}(x, y, z)$  對質點 A 和質點 B 所作的功相等? 並求出所作的功。 (20%)