

國立臺灣科技大學
九十學年度碩士班招生考試試題

系所組別：營建工程系乙組
科 目：工程數學

一，某地層無地下水，土壤單位重量為 γ ，若 k 表示側向土壓力係數，在地面下深度 z 處，假設土壤單元立方體所受之正向應力與剪應力表示如下；

$$\sigma_z = \gamma z \quad \sigma_x = \sigma_y = k\sigma_z$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{yz} = \tau_{zy} = \left(\frac{1-k}{2}\right)\sigma_z$$

求 $k=0.5$ 時，該土壤單元立方體所受之最大主應力，與 $k=2.0$ 時，該土壤單元立方體所受之最大主應力之比值。(20分)

二，利用拉普拉氏轉換法(Laplace Transformation Method) 求下列聯立微分方程式之解。

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = 4 \quad (1)$$

$$2\frac{dy}{dt} - \frac{dx}{dt} + 3y = 0 \quad (2)$$

已知初始條件為： $x(0) = y(0) = \left(\frac{dx}{dt}\right)_0 = 0$ (30分)

三，已知向量函數如下；

$$\vec{v}(t) = 4t\vec{i} + 5t^3\vec{k}$$

$$\vec{w}(t) = t^2\vec{i} - 5t\vec{j} + 2t^3\vec{k}$$

(1) 求 $\frac{d}{dt}(\vec{w} \cdot \vec{v})$ (10分)

(2) 求 $\frac{d}{dt}(\vec{v} \times \vec{w})$ (10分)

四，下列偏微分方程式；(1)式稱為拋物線型，(2)式稱為橢圓型，以大地工程問題各舉一例，說明式中各項變數代表意義，以及偏微分方程式解在大地工程之應用。

$$\frac{\partial w}{\partial u} = \alpha \frac{\partial^2 w}{\partial v^2} \quad (1) \quad (15分)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial v^2} = 0 \quad (2) \quad (15分)$$

