

國立臺灣科技大學
九十學年度碩士班招生考試試題

系所組別：營建工程系丙一組
科目：工程數學

一. 已知一曲線 $y(x)$ ，而 $(1, \frac{1}{2})$ 為該曲線上之一點。若該曲線之任意點 (x, y) 的切線均與 y 軸相交於 $2xy^2$ ，試求該曲線之方程式 $y(x)$ 。 (20%)

二. 試解下列初始值問題。

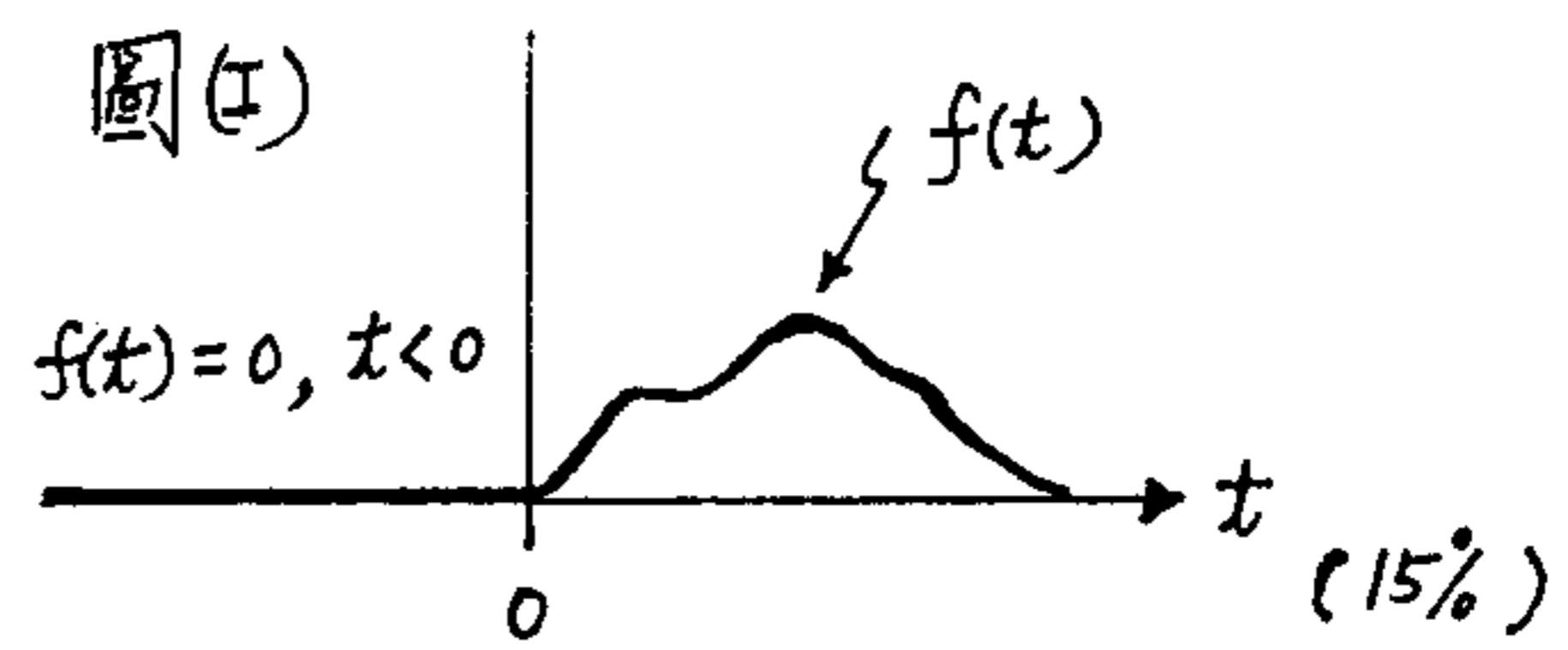
$$y'(t) + \int_0^t e^{-\tau} y(t-\tau) d\tau = 1 ; y(0) = 0. \quad (15\%)$$

三. (a) 已知 A 為一正交矩陣 (square matrix)，且 $A^t = A^{-1}$ ，試證 $|A| = \pm 1$ 。

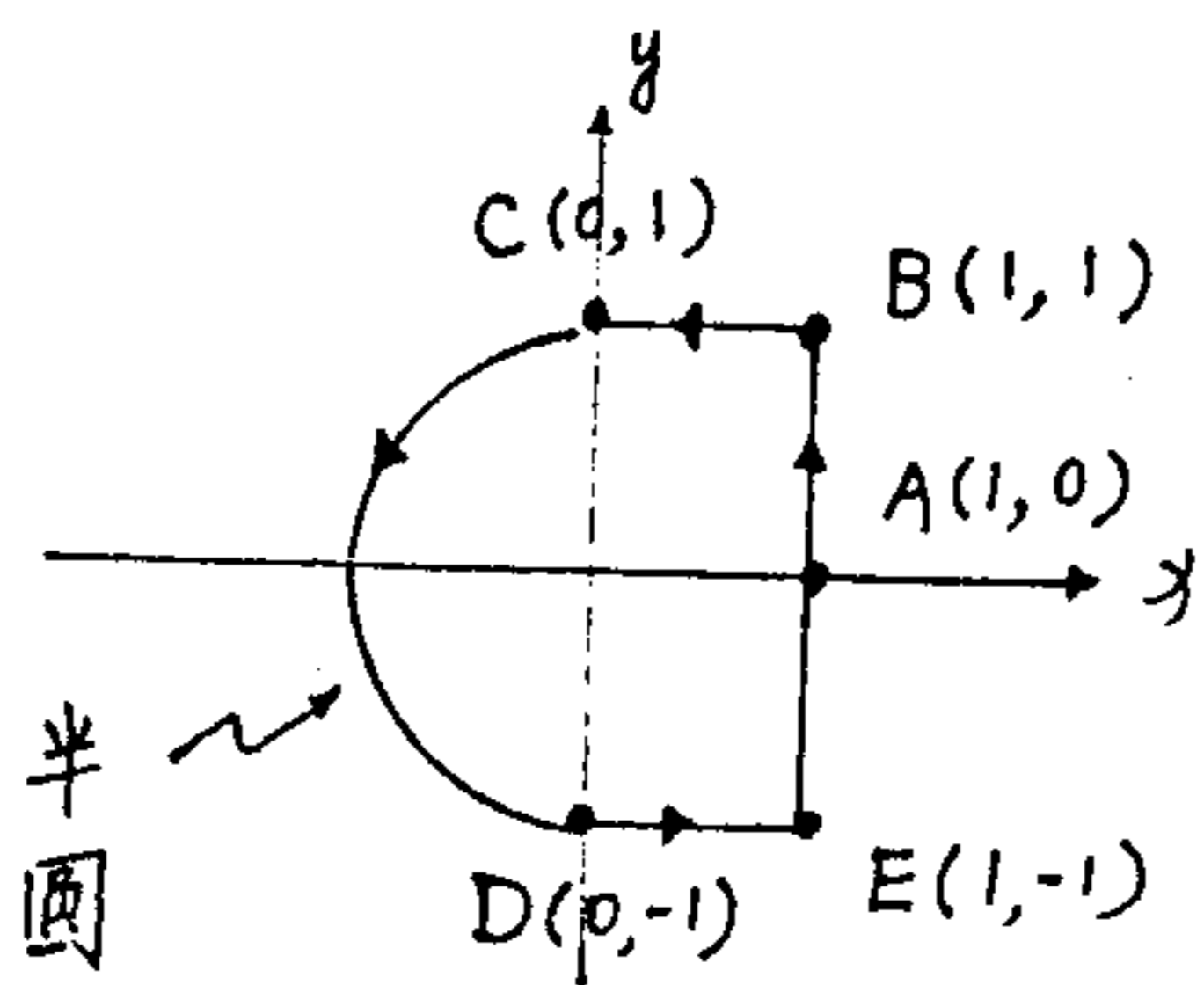
(b) 已知 A 為一非奇異矩陣 (nonsingular matrix) 試證 $(A^{-1})^t = (A^t)^{-1}$ 。 (20%)

四. 一函數 $f(t)$ 如圖(I)所示，且已知 $f(t)$ 之拉普拉斯 (Laplace) 轉換為 $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ ，

求 $\mathcal{L}\left[f\left(\frac{t-a}{b}\right)\right]$ ，其中 $a, b > 0$ ， a, b 均為常數。



五. 已知一力場為 $\vec{F} = (y - \sin(x) e^x) \vec{i} + (\cos(2y) - x) \vec{j}$ ，



$C_1: A \rightarrow B$

$C_2: B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A$

a) 求 \vec{F} 沿路徑 C_1 所作的功。

b) 利用格林 (Green) 定理及 a) 之結果，計算 \vec{F} 沿路徑 C_2 所作的功。 (15%)

六. 一質點於 $x-y$ 平面之位置向量 (position vector) $\vec{r}(t)$ 是由

$\vec{r}(t) = p(t) \vec{i} + p'(t) \vec{j}$ ， $t \geq 0$ 所描述，其中 $p(t)$ 之控制方程式為

$$p''(t) + 2p'(t) = 0 ; p(0) = 1, p'(0) = 0.$$

a) 試繪出此質點於 $x-y$ 平面之運動軌跡圖。

b) 求此質點之最小運動速率，並於 $x-y$ 平面標示其發生點。

