國立臺灣科技大學
九十學年度碩士班招生考試試題
系所組別： 電子工程系乙一組、電子工程系乙二組、電子工程系乙三組、電子工程系丙組
科　目： 工程數學

1. $y'''+p_1(x)y''+p_2(x)y'+p_3(x)y=\tan^{-1}x$ has the three homogeneous solutions $y_1(x)$、$y_2(x)$、$y_3(x)$. Define $W(x)=\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ y_1' & y_2' & y_3' \\ y_1'' & y_2'' & y_3'' \end{vmatrix}$，$C_1(x)=\begin{vmatrix} 0 & y_2 & y_3 \\ 0 & y_2' & y_3' \\ \tan^{-1}x & y_2'' & y_3'' \end{vmatrix}$，$C_2(x)=\begin{vmatrix} y_1 & 0 & y_3 \\ y_1' & 0 & y_3' \\ y_1'' & \tan^{-1}x & y_3'' \end{vmatrix}$，$C_3(x)=\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & 0 \\ y_1' & y_2' & 0 \\ y_1'' & y_2'' & \tan^{-1}x \end{vmatrix}$.

   Prove that the particular solution $y_p=y_1(x)\int\frac{C_1(x)}{W(x)}dx+y_2(x)\int\frac{C_2(x)}{W(x)}dx+y_3(x)\int\frac{C_3(x)}{W(x)}dx$.

   （15分）

2. $\vec{F}$ is a continuous 3-Dimensional vector field whose component have continuous first and second partial derivatives, and ϕ is a scalar function in xyz plane with continuous first and second partial derivatives.
   A. Prove $\nabla\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{F})=0$. （5分）
   B. Prove $\vec{\nabla}\times(\nabla\phi)=0$. （5分）

3. Let D be the hemisphere bounded by $x^2+y^2+(z-1)^2=9$、$1\le z\le 4$，and the plane $z=1$，find the flux over this hemisphere when $\vec{F}=x\hat{i}+y\hat{j}+(z-1)\hat{k}$.

   （15分）

4. Let the Fourier transform of $f(t)$ be $F(\omega)$. Prove that the Fourier transform of $\int_{\infty}^{t}f(\tau)d\tau$ is $\frac{1}{i\omega}F(\omega)$.

   （10分）

5. Calculate the Fourier transform of $(\frac{2\sin t}{t})^2$.

   （15分）

國立臺灣科技大學
九十學年度碩士班招生考試試題
系所組別： 電子工程系乙一組、電子工程系乙二組、電子工程系乙三組、電子工程系丙組
科　目： 工程數學

6. Let $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}5 & -4 & 4\\ 12 & -11 & 12\\ 4 & -4 & 5\end{bmatrix}$ find **P** such that $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP}$ is diagonal.

（10分）

7. $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$ the linear transformation $Y=\mathbf{A}X$ map R^3 to itself. Find the dimension of the null space ?

（10分）

8. A boundary value problem is shown as follow:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad (0<x<L,\quad t>0)$$

$$u(0,t)=0\text{，}\frac{\partial u}{\partial x}(L,t)=-Au(L,t) \qquad (t\ge 0)\quad (A>0)$$

$$u(x,0)=f(x) \qquad (0<x<L)$$

Find the solution $u(x,t)$

（15分）

74