

國立臺灣科技大學
九十學年度碩士班招生考試試題

系所組別：工業管理系丁組
科 目：微積分

總分 100 分

1. 求 $\int \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}} dx$ 10 分
2. 已知 $w = x + 2y + z^2$ ，且 $x = \frac{r}{s}$, $y = r^2 + \ln s$, $z = 2r$ ，
求以 r 和 s 表 $\frac{\partial w}{\partial r}, \frac{\partial w}{\partial s}$. 10 分
3. 已知 $y^3 - x^2 = 4$, $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{f(x)}{9y^5}$ ，求 $f(x)$. 12 分
4. 已知 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 間連續且 $f(x)$ 和 $f'(x)$ 在 (a, b) 間可微分，
若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 間有三根，證明 $[a, b]$ 間至少有一 x 使
 $f''(x) = 0$. 12 分
5. 點 $P_0(3, -4, 2)$ 為曲面 $16x^2 - 9y^2 + 36z^2 = 144$ 上之一點
求經過點 P_0 之切面方程式及法線方程式. 12 分
6. 求心臟線 $r = 1 + \cos \theta$ 之周長. 14 分
7. 若 $a_k > a_{k+1} > 0$, k 為正整數，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
試證明交錯級數 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ 為收斂級數. 14 分
8. 平面 $x + 2y + z = 10$ 和曲面 $z = x^2 + y^2$ 相交得一曲線，
求在此曲線上距原點最近之點. 16 分



102