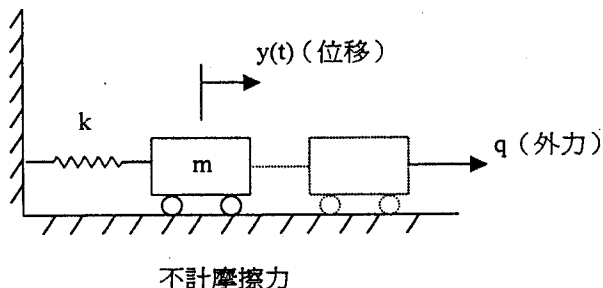


國立臺灣科技大學
九十一學年度碩士班招生考試試題

系所組別：營建工程系乙組
科目：工程數學

注意：本試題總分 100 分，共四大題，每大題各有兩小題，配分詳題末標示。

一、有一個物體承受大小為 q 之外力作用而達靜態平衡之情形如下圖：



放掉外力後此物體自由震動之方程式為：

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + ky(t) = 0$$

其中 $y(t)$ = 位移函數， t = 時間， m = 質量， k = 彈簧常數。

- (1) 試求此物體第一次回到「未受力前之位置」的時間為何？(15%)
- (2) 考慮摩擦力之影響時其運動方程式可修正為：

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = 0$$

若知 $c = 2\sqrt{km}$ ，其他符號的定義如前所述。試寫出通解 $y(t)$ 之數學式（不須解出待定係數），並扼要陳述在題(2)條件下之物體運動特性。(10%)

二、應用向量分析和矩陣運算方法求解下列兩題：

- (1) 有一傾斜群樁，樁帽上承受之總力為 $\vec{F} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$ ，單位為 MN。樁群由甲、乙、丙三根樁所組成，其中甲樁之方向向量為 $\vec{r} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ 。試求樁帽總力在甲樁方向之分力向量為何？(15%)
- (2) 若知各樁之樁頭軸力可由下列聯立方程式求解： $AP = B$ ，

$$\text{其中，軸力矩陣 } P = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}, \text{ 矩陣 } A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ 矩陣 } B = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

試求 A 之反矩陣，再求軸力矩陣 P 。(10%)



國立臺灣科技大學
九十一學年度碩士班招生考試試題

系所組別：營建工程系乙組
科 目：工程數學

三、請回答下列有關向量之微積分問題：

- (1) 試以混凝土擋水壩下方之土層滲流問題為例，說明何謂「向量場(vector field)」和「流線(streamline)」，並說明兩者之相互關係。(15%)
- (2) 以作用力： $\vec{F} = x\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$ ，將一個物體沿著空間中的一個曲線 C 移動，曲線 C 的參數方程式為： $x=t, y=t, z=t^3; 0 \leq t \leq 1$ 求此力所作的功為何？(10%)

四、有一黏土層厚度為 $2H$ ，孔隙水壓呈線性分佈，頂部為 50 kN/m^2 ，底部為 30 kN/m^2 ，如下圖所示。

- (1) 試求孔隙水壓分佈之富氏正弦級數(Fourier sine series)？(15%)
- (2) 取富氏正弦級數之前五項計算並作圖，然後再與實際值比較。(10%)

