

國立臺灣科技大學
九十四學年度碩士班招生考試試題

系所組別：資訊管理系碩士班乙組

科目：統計學

共十題，總計 100 分。

1. 假設學校男女生比例為 2 比 1，今欲估計全校學生的平均身高，抽樣直到樣本中至少有一男一女。令 N 表示抽樣人數。求算
 - (a) (5%) $E(N)$ 。
 - (b) (5%) $P(N = 4)$ 。
2. (10%) 由 20 雙 (即 40 隻) 鞋子中任取 8 隻，求算正好取出一雙鞋 (即另六隻不成雙) 的機率。(列出算式但不要算出數值)
3. 針對下列兩種情況 (a) 及 (b)，判斷是否能相信候選人甲的支持率為 30%。
想一想應計算什麼機率來回答此一問題。針對不同情況，你的答案應包括 (1) 定義適當的隨機變數 (2) 說明所定義的隨機變數具有何種機率分配 (3) 列出機率算式 (勿求出數值) (4) 說明如何根據算得的機率作出統計推論。
 - (a) (5%) 問了 5 個人，發現有 2 個支持者。
 - (b) (5%) 問到第 5 人，發現第 2 個支持者。
4. (10%) 假設 $\{X_1, X_2, \dots, X_{n+1}\}$ 是一抽自常態分配的隨機樣本。
令 $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n$ 及 $S_n^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n$ 。若其中 X_{n+1} 是一額外的觀察值，求算下列何者為適當的 k 值，使得 $k(\bar{X} - X_{n+1}) / S_n$ 具有 t -分配。
必須寫出完整過程，否則不予計分。

A. $\frac{1}{\sqrt{n+1}}$ B. $\sqrt{\frac{1}{n+1}}$ C. $\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}$ D. $\sqrt{n-1}$ E. $\sqrt{\frac{n}{n+1}(n-1)}$
5. (10%) 欲檢定 $H_0: \mu = 50$ 相對於 $H_1: \mu > 50$ ，其中 μ 是一常態母體的平均數。隨機抽取一個樣本數為 100 的樣本。若母體標準差 $\sigma = 15$ 及「顯著水準」(significance level) 為 0.05，則下列何者約為當 $\mu = 52$ 時之「檢定力」(power)? 必須寫出完整過程，否則不予計分。
($P(Z > 1.645) = 5\%$, $P(Z > 1.96) = 2.5\%$, $P(Z > 1) \approx 16\%$, $P(Z > 0.5) \approx 31\%$)

A. 0.57 B. 0.38 C. 0.18 D. 0.05 E. 0.03

186



國立臺灣科技大學
九十四學年度碩士班招生考試試題

系所組別：資訊管理系碩士班乙組
科目：統計學

6. (10%) If X_1 and X_2 are independent exponential random variables with respective means $1/\lambda_1$ and $1/\lambda_2$, then what is $P(X_1 < X_2)$?
7. (10%) Suppose that an airplane engine will fail, when in flight, with probability $(1-p)$ independently from engine to engine. Also the airplane will make a successful flight if at least 50 percent of its engines remain operative. For what values of p is a four-engine plane safer than a two-engine plane?
8. (10%) If $\bar{X}_1$ and $\bar{X}_2$ are the means of independent random samples of size n_1 and n_2 from a normal population with mean μ and variance σ^2 , show that the variance of the unbiased estimator $w\bar{X}_1 + (1-w)\bar{X}_2$ reaches its minimum when $w = n_1/(n_1 + n_2)$.
9. (10%) Given a random sample of size n from a population having the density

$$f(x) = \begin{cases} (1+\theta)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

Find an estimator of θ using the method of maximum likelihood.

10. (10%) An experiment has three possible elementary outcomes a, b , and c . Thus, the sample space is $S = \{a, b, c\}$. Define three events $E_1 = \{a, b\}$, $E_2 = \{a, c\}$, and $E_3 = \{b, c\}$. Is it possible for a probability measure to have values $P(E_1) = 2/3$, $P(E_2) = 1/3$, and $P(E_3) = 1/3$? Why or why not?

187

