國立台灣科技大學九十五學年度碩士班招生試題

系所組別：高分子工程系碩士班丙組

科　　目：工程數學

1. 共六大題 總分 100 分。 2. 請於答案卷內依序作答。

一、Prove that eigenvectors of a symmetric matrix corresponding to different eigenvalues are orthogonal. (10%)

二、Find the solution of the vector equation (20%)

$m\ddot{x}_1(t) + 2kx_1(t) - kx_2(t) = 0$

$2m\ddot{x}_2(t) - kx_1(t) + 3kx_2(t) = 0$

that satisfies the initial conditions

$x_1(0) = 1.2$

$x_2(0) = 0$

$\dot{x}_1(0) = 0$

$\dot{x}_2(0) = 0.$

三、選擇題：共 3 題，8 分／題，總計 24 分。每題皆為四選一之選擇題，空白者零分計算，選錯一題則倒扣 2 分。請依序作答，否則不記分。

1. 矩陣 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$，則下列何者為錯誤？（8%）

（A）特徵值(eigenvalues)為 -1, -6

（B）$\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$ 為對應於特徵值-1 的特徵向量

（C）$\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}^T$ 為對應於特徵值-6 的特徵向量

（D）A 矩陣為非奇異矩陣(nonsingular matrix)

2. 下列何者為系統微分方程式 $\begin{bmatrix} y_1'(t) \\ y_2'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$ 的一般解？（8%）

（A）$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-2t} + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} e^{-4t}$，$c_1$, c_2 為任意常數。

（B）$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} e^{-4t}$，$c_1$, c_2 為任意常數。

（C）$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-2t} + c_2 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} e^{4t}$，$c_1$, c_2 為任意常數。

（D）$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{4t}$，$c_1$, c_2 為任意常數。

國立台灣科技大學九十五學年度碩士班招生試題

系所組別： 高分子工程系碩士班丙組

科　　目： 工程數學

3. 某一函數$f(t)$之拉普拉斯轉換(Laplace transform)為

$F(s)=\ln\left(1+\frac{25}{s^2}\right)$，則下列何者為$f(t)$？　(8%)

（A）$3(1-\sin 5t)$

（B）$(1-\sin 25t)/2t$

（C）$3(1-\cos 5t)$

（D）$2(1-\cos 5t)/t$

四、函數$f(x,y,z)=2x^2+3y^2+z^2$於點$P:(2,1,3)$沿著向量$\mathbf{a}=\mathbf{i}-2\mathbf{k}$之方向導數(directional derivative)為何？　(6%)

五、The integrating factor for the following differential equation is in the form of $\sigma(x,y)=e^{ax}y^b$, where a and b are constants. Find the values of a and b and use the integrating factor to find the general solution of the differential equation.　(20%)

$$y'+y=y^4$$

六、Solve the initial-boundary value problem　(20%)

$$u_{xx}+u_x+u=u_t \qquad (0<x<2)$$

$$u_x(0,t)=u_x(2,t)=0$$

$$u(x,0)=\cos(\pi x)$$