

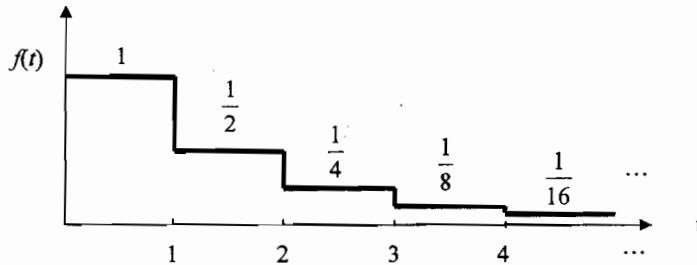
## 國立台灣科技大學九十五學年度碩士班招生試題

系所組別：營建工程系碩士班乙組、丙組、戊組

科目：工程數學

注意：本試題總分 100 分

- 一、(1) 試以 Laplace Transform 法求解  $y''(x) + y(x) = 1$ ;  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ 。(10%)  
 (2) 已知  $f(t)$  為一無窮遞減函數如圖所示，  
 試求  $f(t)$  之 Laplace Transform  $L[f(t)]$ 。(註：答案須化成最簡型式) (10%)



- 二、試解一階微分方程:  $y'(x) = \frac{x-y+2}{x-y+3}$ 。(15%)
- 三、一平面曲線  $C$  之方程式為  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 4$ ;  $y > 0$ ，已知曲線  $C$  之一切線恰好通過座標為  $(4, 0)$  之  $P$  點，試求此切線方程式及切點座標。(15%)

四、已知方陣  $A$  為

$$A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}$$

- (1) 寫出特徵多項式 (1%)  
 (2) 求特徵值及特徵向量 (5%)  
 (3) 將該方陣做對角化之分解 (2%)  
 (4) 求出  $A^n$  (5%)  
 (5) 求此方陣的行列式 (2%)
- 五、考慮以下二階常微分方程式
- (1) 求  $y'' + y' + y = x$  之通解 (5%)  
 (2) 試解初始值問題  $y'' + 2y' + y = 1$ ;  $y(0) = 1, y'(0) = 2$  (7%)  
 (3) 以上二微分方程式為過阻尼、欠阻尼或臨界阻尼？請說明之 (3%)
- 六、考慮以下定義於  $[0, \pi]$  區間的函數
- $$f(x) = \begin{cases} 0 & 1 \leq x \leq \pi \\ 1 & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$
- (1) 求此函數之傅立葉正弦級數(Fourier sine series) (6%)  
 (2) 求此函數之傅立葉餘弦級數(Fourier cosine series) (6%)  
 (3) 試分別求(1)與(2)所得到的級數，在  $x = 0$  及  $x = \pi$  之收斂值？ (5%)  
 (4) 若針對此函數在  $[0, \pi]$  區間作微分，產生出的函數之傅立葉級數是否一定存在？針對此函數在  $[0, \pi]$  區間作積分，產生出的函數之傅立葉級數是否一定存在？請說明之 (3%)

