

國立台灣科技大學九十八學年度碩士班招生試題

系所組別：高分子工程系碩士班乙組

科目：工程數學

工程數學；共五大題，總分 100 分；請於答案卷內依序作答

一、選擇題：共 6 題，8 分／題，總計 48 分。每題皆為四選一之選擇題，空白者零分計算，選錯一題則倒扣 2 分。請將選擇題答案書寫於答案卷內，於試題作答不予計分。

1. 已知 $y_1 = x$ 為微分方程式 $x^2 y''(x) - xy'(x) + y(x) = 0$ 一般解之一基底，則另一基底為下列何者？ (8%)

- (A) $y_2 = x^2$ (B) $y_2 = x \ln x$ (C) $y_2 = \ln x$ (D) $y_2 = (\ln x)/x$

2. 下列何者滿足微分方程式 $y''' + 3y'' + 3y' + y = 30e^{-x}$ ？ (8%)

- (A) $y(x) = e^{-x} + xe^{-x} + x^2 e^{-x} + 2x^3 e^{-x}$ (B) $y(x) = e^{-x} + 2xe^{-x} + x^2 e^{-x} + 3x^3 e^{-x}$
(C) $y(x) = 4e^{-x} + xe^{-x} - x^2 e^{-x} + 4x^3 e^{-x}$ (D) $y(x) = e^{-x} - 2xe^{-x} + 6x^2 e^{-x} + 5x^3 e^{-x}$

3. 函數 $f(t)$ 之 Laplace 轉換為 $F(s) = \frac{1}{s^2(s-7)}$ ，則下列何者為 $f(t)$ ？ (8%)

- (A) $(e^{7t} - t - 1)/7$ (B) $(e^{7t} - 7t - 1)/49$ (C) $(e^{7t} - 7t - 1)/7$ (D) $(e^{7t} - t - 1)/49$

4. 二次曲線方程式為 $17x_1^2 - 30x_1x_2 + 17x_2^2 = 128$ ，經由主軸轉換，可獲得一橢圓方程式 $\frac{y_1^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} = 1$ ，則 $(a+b) = ?$ (8%)

- (A) 12 (B) 9 (C) 11 (D) 10

5. 週期函數 $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } -\pi < x < 0 \\ 1 & \text{if } 0 < x < \pi \end{cases}$ ，如果 $f(x+2\pi) = f(x)$ ，則下列何者為 $f(x)$ 之傅立葉級數？ (8%)

- (A) $\frac{2}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right)$ (B) $\frac{2}{\pi} \left(\sin 2x + \frac{1}{4} \sin 4x + \frac{1}{6} \sin 6x + \dots \right)$
(C) $\frac{4}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right)$ (D) $\frac{4}{\pi} \left(\sin 2x + \frac{1}{4} \sin 4x + \frac{1}{6} \sin 6x + \dots \right)$

6. 下列何者為級數 $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{8^m} x^{3m}$ 之收斂區間？ (8%)

- (A) $|x| < 8$ (B) $|x| < 4$ (C) $|x| < 2$ (D) $|x| < 1$

國立台灣科技大學九十八學年度碩士班招生試題

系所組別： 高分子工程系碩士班乙組

科 目： 工程數學

- 二. Consider a spring-mass system. The system is initially at rest, or $x(0)=0$, and $\dot{x}(0)=0$. At $t=0$ a force $p(t)=P\sin\omega t$ is applied to the mass. The equation of motion for the system is $m\ddot{x}+kx=p(t)$. When the numerical values of m , k , P , and ω are given as $m=1$ kg, $k=100$ N/m, $P=50$ N, and $\omega=5$ rad/s, determine $x(t)$ for $t\geq 0$. (15 %)

- 三. Solve the system (12 %)
- $$\begin{cases} (D+2)x+3y=0 \\ 3x+(D+2)y=2e^{2t}, \text{ where } D=\frac{d}{dt} \end{cases}$$

- 四. Find the eigenvalues of the matrix and, for each eigenvalue, a corresponding eigenvector. Check that eigenvectors associated with distinct eigenvalues are orthogonal. Find an orthogonal matrix that diagonalizes the matrix. (15 %)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- 五. According to Newton's law of cooling, the rate at which a substance cools in moving air is proportional to the difference between the temperature of the substance and that of the air. If the temperature of the air is 30° and the substance cools from 100° to 70° in 15 minutes, find when the temperature will be 40° . (10%)

