國立台灣科技大學九十九學年度碩士班招生試題

系所組別：材料科學與工程學系碩士班乙組

科　　目：工程數學

（總分為100分）

總分 100 分，共五大題。選擇題務必於答案卷內依序作答，在試題內作答者不予計分。

一、選擇題：共 5 小題，每題 8 分，總計 40 分。每小題皆為四選一之選擇題，空白者零分計算，選錯一小題則倒扣 2 分至本大題零分止。(40%)

1. 下列何者為微分方程式 $y'(x)=1+y^2(x)$ 的一般解？

（A）$y(x)=\cos(x+c)$，其中 c 為任意常數

（B）$y(x)=\tan(x+c)$，其中 c 為任意常數

（C）$y(x)=\sin(x+c)$，其中 c 為任意常數

（D）$y(x)=\cot(x+c)$，其中 c 為任意常數

2. 週期函數 $f(x)=x+\pi$ if $-\pi<x<\pi$，如果 $f(x+2\pi)=f(x)$，則下列何者為 $f(x)$ 之傅立葉級數(Fourier series)？

(A) $\pi+2\left(\sin x-\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{3}\sin 3x-\cdots\right)$　(B) $\pi+3\left(\sin x+\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{3}\sin 3x+\cdots\right)$

(C) $2\pi+\left(\sin x+\frac{1}{3}\sin 3x+\frac{1}{5}\sin 5x+\cdots\right)$　(D) $2\pi+\left(\sin x-\frac{1}{3}\sin 3x+\frac{1}{5}\sin 5x-\cdots\right)$

3. Which one is not the Eigenvalue of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 6 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

(A) 0　(B) −4　(C) 3　(D) −1

4. x, y 平面上存在一封閉曲線 $C: x^2+y^2=1$ 及一向量函數 $\mathbf{F}=F_1\mathbf{i}+F_2\mathbf{j}$，$F_1=y^2-7y$，$F_2=2xy+2x$。逆時鐘方向沿著封閉曲線 C 積分 $\oint_C \mathbf{F}\bullet d\mathbf{r}$ 之結果為下列何者？

（A）6π　（B）7π　（C）8π　（D）9π

5. Find the Laplace transform of the function $u_s(t-\pi)\cos t$

(A) $e^{-s}\frac{\pi}{s^2+1}$　(B) $-e^{-\pi s}\frac{s}{s^2+1}$　(C) $-e^{-s}\frac{\pi}{s^2+1}$　(D) $e^{-\pi s}\frac{1}{s^2+1}$

國立台灣科技大學九十九學年度碩士班招生試題

系所組別： 材料科學與工程學系碩士班乙組

科 目： 工程數學

（總分為100分）

二、Solve the equation: (15%)

$$y'(t) = \cos t + \int_0^t y(\tau)\cos(t-\tau)d\tau, \qquad y(0)=1$$

三、

A 3×3 symmetric matrix A has eigenvalues $\lambda_1=-1$, $\lambda_2=3$, and $\lambda_3=4$. The eigenvectors corresponding to the eigenvalues λ_1 and λ_3 are $x_1=[0 \quad -1 \quad 1]^T$ and $x_3=[1 \quad 0 \quad 0]^T$, respectively. Determine A^5 and find the eigenvalues and eigenvectors of A^5. (15%)

四、

The equation of motion for a spring-damper-mass system is

$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = P\sin\omega t$.

Assuming that this system is at rest before excitation force $P\sin\omega t$ is given, derive the complete solution x(t). (15%)

五、

The equations of motion for a mechanical system are as follows:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 2m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Find the responses $x_1(t)$ and $x_2(t)$ to the initial conditions

$\dot{x}_1(0) = v_0, x_1(0) = x_2(0) = \dot{x}_2(0) = 0.$ (15%)